

Vérification aux eurocodes d'un assemblage avec couronne de boulons

La couronne de boulons est le seul assemblage par boulons bois/bois qui permet de transmettre un moment afin d'assurer la stabilité du bâtiment. Il est essentiellement employé pour réaliser des portiques. La première étape pour justifier cet assemblage consiste à identifier le boulon le plus sollicité, à calculer l'effort qu'il reçoit et à vérifier qu'il est capable de recevoir cet effort. La deuxième étape consiste à vérifier le bois autour des boulons, c'est-à-dire la contrainte de cisaillement et le risque de fendage. L'assemblage est justifié lorsque les trois conditions suivantes sont vérifiées : l'effort subi par le boulon reste inférieur ou égal à sa capacité résistante, la contrainte de cisaillement de calcul est inférieure à la contrainte de cisaillement de résistance et l'effort tranchant reste inférieur à la résistance au fendage.

> Sommaire

- 1 • Hypothèses de calcul
- 2 • Calcul des effets des efforts et moments sur les boulons
- 3 • Calcul de l'angle entre l'effort et le fil du bois du poteau et de l'arbalétrier
- 4 • Détermination de la résistance du boulon le plus sollicité de l'assemblage
- 5 • Taux de travail de l'assemblage
- 6 • Distances et espacements
- 7 • Vérification du cisaillement et du fendage
- 8 • Réalisation d'une double couronne
- 9 • Calcul des effets des efforts et moments sur les boulons
- 10 • Taux de travail de l'assemblage
- 11 • Références

Yves Benoît

Yves Benoît est professeur au lycée des Métiers du Bâtiment (LMB) à Felletin, dans la Creuse. Il dispense des cours en BTS « Systèmes constructifs bois et habitats » et est formateur en entreprise. Il est l'auteur de plusieurs ouvrages aux éditions Eyrolles. Professionnel et amateur passionné du bois, il a notamment écrit Construction bois : L'Eurocode 5 par l'exemple, La Maison à ossature bois par les schémas, Construction de maisons à ossature bois, Calcul des structures en bois – Guide d'application de l'Eurocode 5 (structures bois) et de l'Eurocode 8 (séismes), Dimensionner les barres et les assemblages – Guide d'utilisation de l'Eurocode 5 à l'usage des artisans, Le Guide des essences de bois et des ouvrages destinés à un public plus large tel que Coffret de reconnaissance des bois de France et Le Grand livre de la machine à bois combinée.

1 Hypothèses de calcul

Considérons un préau constitué de deux arcs en bois lamellé-collé classé GL 28h à inertie variable. Ils sont assemblés avec des ferures en tête d'arc et en pied de poteau. Chaque arc est composé d'un poteau moisé et d'un arbalétrier assemblés par une couronne de boulons (fig. 1). Le poteau a une épaisseur de 160 mm et sa largeur varie de 500 mm à 1 000 mm en tête. L'arbalétrier a une épaisseur de 210 mm et sa hauteur varie de 500 mm à 1 000 mm au droit de la couronne. La toiture a une pente de 27,5 %, soit une inclinaison de 15,4 °. Elle supporte une couverture en bac acier et



Fig. 1. Assemblage avec une double couronne de boulons créant une liaison par encastrement (Charpente Fournier 4 @ Charpentes Fournier).

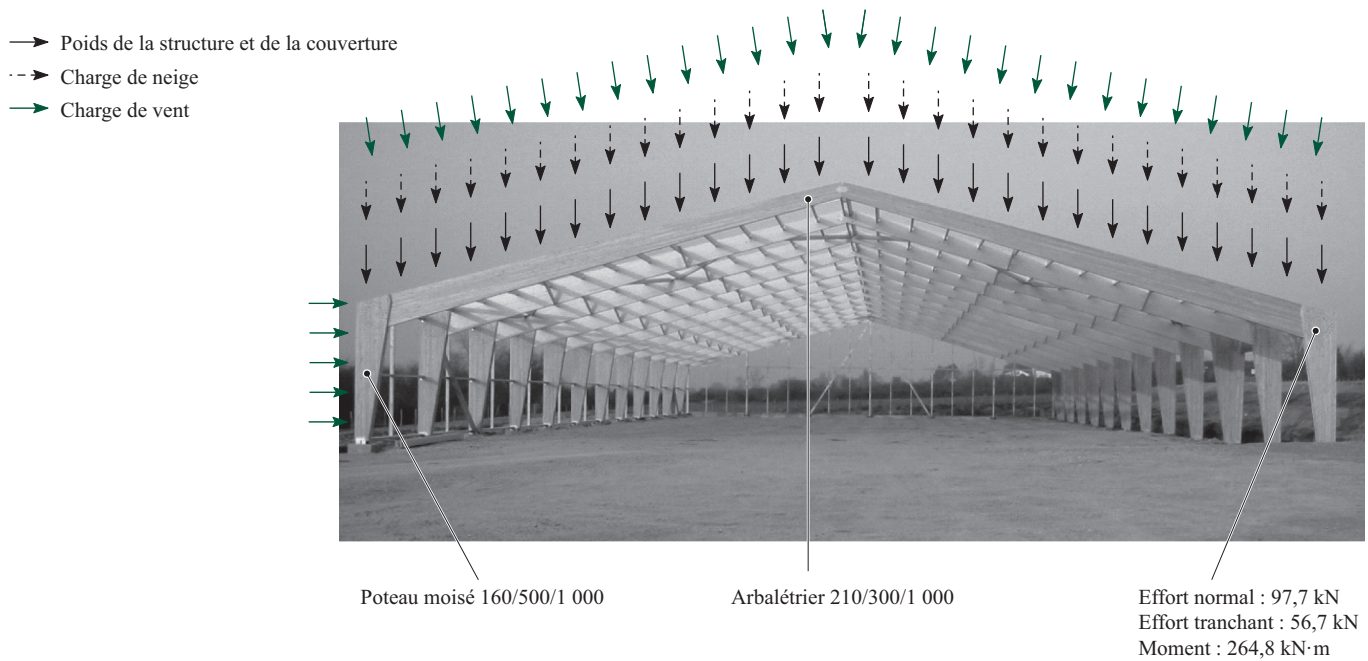


Fig. 2. Portique à trois articulations (Charpente Fournier 3 @ Charpentes Fournier).

subit les effets de la neige et du vent (fig. 2). L'entraxe (ou bande de chargement) entre les portiques est de 5 m.

Une étude réalisée avec un logiciel a permis d'obtenir les résultats suivants pour le poteau avec la combinaison 1,35G + 1,5S + 0,9W :

- effort normal : 97,7 kN ;
- effort tranchant : 56,7 kN ;
- moment : 264,8 kN·m.

La couronne a un diamètre de 840 mm et comporte 21 boulons de classe de qualité 6.8 et de 20 mm de diamètre (fig. 3).

Remarque

Le diamètre des couronnes de boulons est limité à 1 000 mm car les variations dimensionnelles du bois provoquent des contraintes qui s'ajoutent aux contraintes de cisaillement et au risque de fendage (fig. 4).

2 Calcul des effets des efforts et moments sur les boulons

L'effort repris par les boulons est la somme vectorielle des efforts normaux, tranchants et l'effort provenant du moment. Les efforts de cisaillement et de soulèvement sur chaque boulon sont calculés en divisant l'effort total par le nombre de boulons, soit (fig. 5 et 6) :

- pour l'effort normal : $97,7/21 = 4,65$ kN ;
- pour l'effort tranchant : $56,7/21 = 2,7$ kN.

L'effort provoqué par le moment est obtenu par la démarche suivante (fig. 7) :

- détermination du centre de gravité de l'assemblage : pour une couronne, son centre ;
- calcul du moment quadratique polaire, $IG = \sum a_i^2$, avec a_i la distance entre le centre de gravité et le boulon, soit pour une couronne, $IG = n \times r^2$, avec n , le nombre de boulons et r le rayon de la couronne ;

- calcul de l'effort repris par le boulon : $F_m = \frac{MG}{IG} \times a_i$, soit pour une couronne de boulons :

$$F_m = \frac{MG}{n \cdot r^2} \times r = \frac{MG}{n \cdot r} = \frac{264,8}{21 \cdot 0,42} = 30 \text{ kN}$$

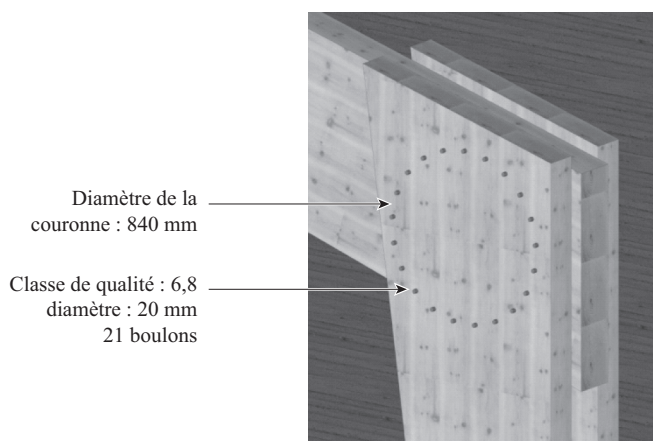


Fig. 3. Couronne de boulons étudiée. Réalisé à l'aide du logiciel Cadword

Remarque

L'effort provoqué par le moment est toujours nettement supérieur à l'effort normal et à l'effort tranchant.

Il est fastidieux de calculer la somme vectorielle des efforts normaux, tranchants et l'effort provenant du moment pour chaque boulon. La figure 8 montre que le boulon le plus sollicité aura un effort proche de la formule suivante :

$$F_{\text{boulon}} = \left(\sqrt{F_x^2 + F_y^2} \right) + F_m = \left(\sqrt{4,65^2 + 2,7^2} \right) + 30 = 35,38 \text{ kN}$$

Remarque

Cette simplification ne permet pas d'identifier le rapport le plus défavorable effort/résistance du boulon. Toutefois, cet écart reste généralement inférieur à 5 %. Il est possible qu'un autre boulon soit moins sollicité et moins résistant.

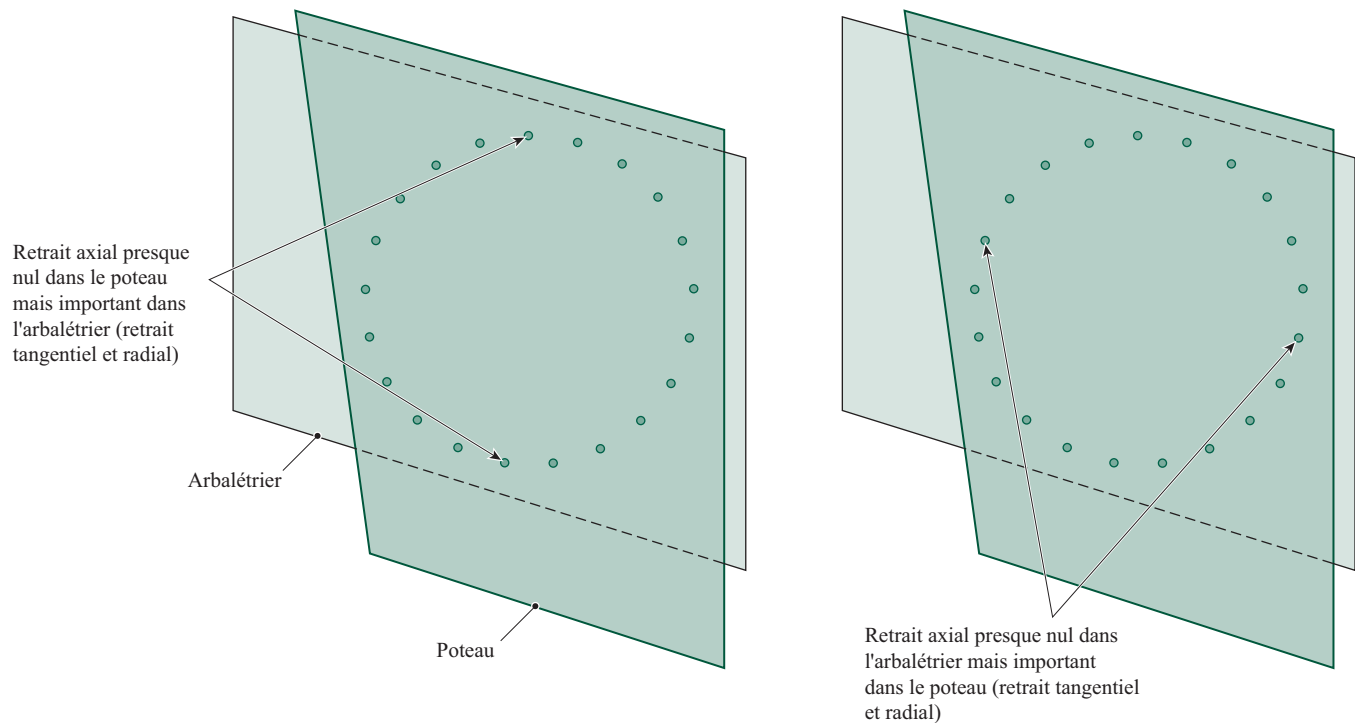


Fig. 4. Contraintes produites par les différences de variations dimensionnelles du bois entre l'arbalétrier et le poteau.

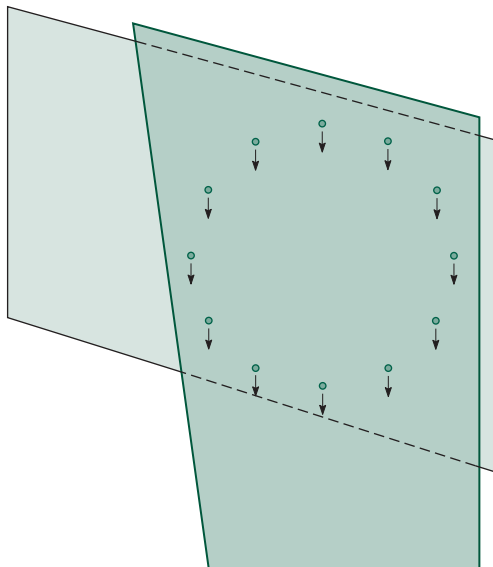


Fig. 5. Effort normal.

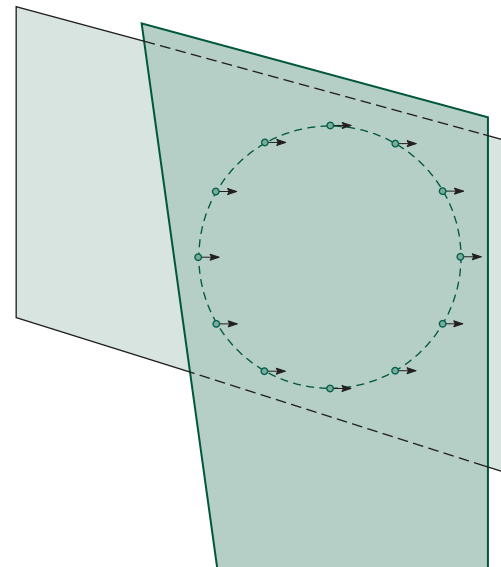


Fig. 6. Effort tranchant.

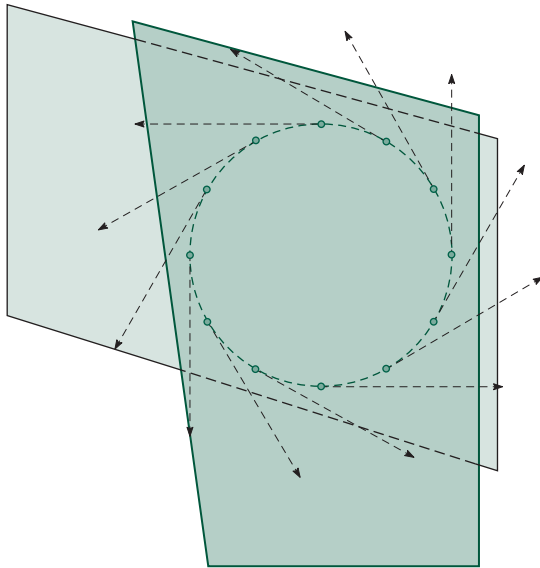


Fig. 7. Effort provenant du moment.

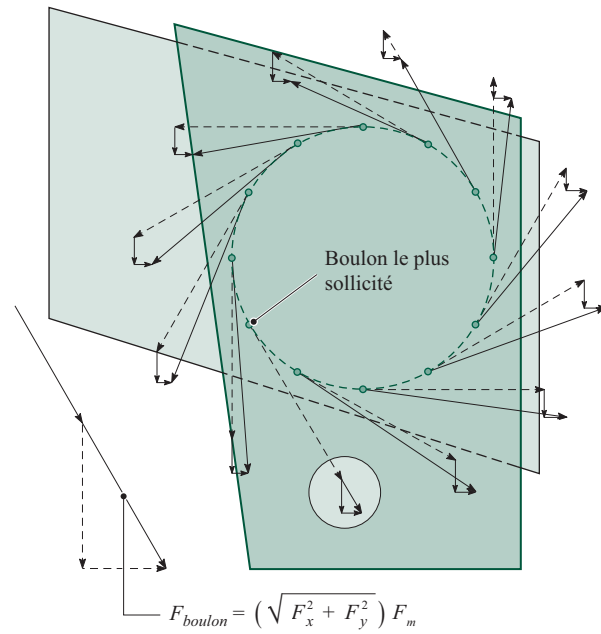


Fig. 8. Somme vectorielle.



Remarques

- Figures 5 à 8 :
 - pour plus de clarté, le nombre de boulons est limité à 12 ;
 - l'échelle des efforts est respectée.
- Le boulon le plus sollicité sur la couronne à 12 boulons se retrouve sur la couronne de 21 boulons (fig. 9).

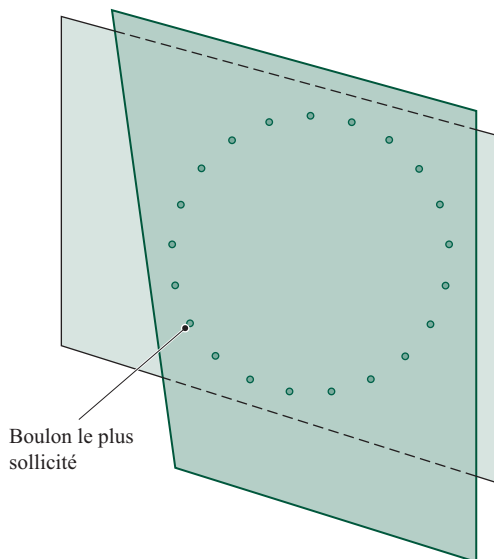


Fig. 9. Boulon le plus sollicité de la couronne à 21 boulons.

3 Calcul de l'angle entre l'effort et le fil du bois du poteau et de l'arbalétrier

Ces calculs sont indispensables car la résistance du boulon dépend de la valeur de l'angle α de l'effort par rapport au fil du bois du poteau et par rapport au fil du bois de l'arbalétrier.

3.1 Calcul par rapport au fil du bois du poteau

Cet angle α est sensiblement égal à (fig. 10) :

$$\alpha = \tan^{-1} (F_x / F_y) = \tan^{-1} (2,7 / 4,65) = 30,1^\circ$$

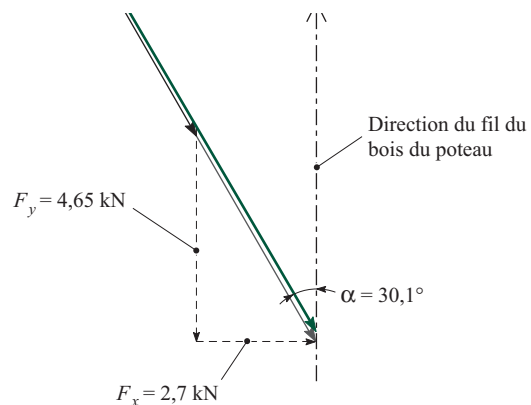


Fig. 10. Angle entre l'effort et le fil du bois du poteau.

3.2 Calcul par rapport au fil du bois de l'arbalétrier

L'angle de l'effort par rapport au fil du bois de l'arbalétrier est sensiblement égal à (fig. 11) :

$$\alpha = (90 - 30,1) - 15,4 = 44,5^\circ$$

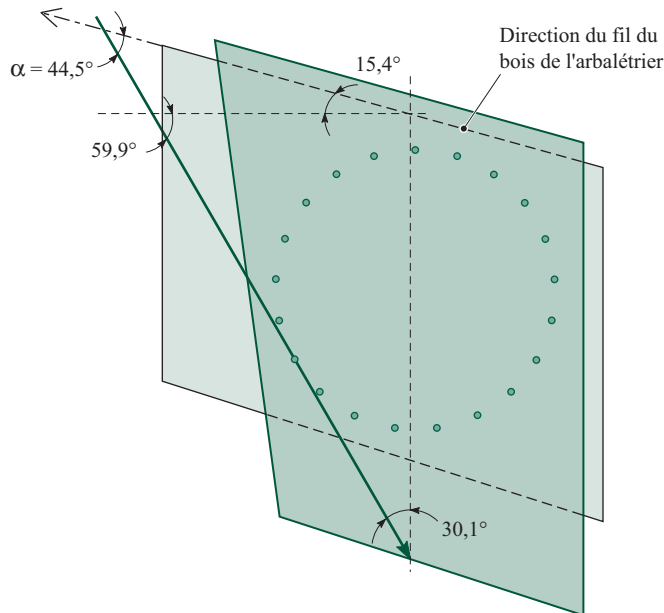


Fig. 11. Angle entre l'effort et le fil du bois de l'arbalétrier.

4 Détermination de la résistance du boulon le plus sollicité de l'assemblage

Les calculs des structures en bois sont notamment soumis aux règles de l'Eurocode 5 [1], de l'Eurocode 8 [2] et à la norme NF EN 14080 [3].

Le calcul de la résistance des boulons s'applique si leur diamètre est compris entre 10 et 30 mm. La première étape consiste à calculer la portance locale dans le poteau et dans l'arbalétrier, puis le moment d'écoulement plastique. Ces éléments permettront de définir la résistance du boulon en fonction du mode de rupture afin de sélectionner le plus faible. Il est possible d'ajouter l'effet de corde lorsque, dans le mode de rupture, le boulon se déforme.



Les résultats des équations de l'Eurocode 5 fournissent la résistance d'un plan de cisaillement [1]. Pour l'assemblage travaillant en double cisaillement, il est nécessaire de doubler les valeurs.

4.1 Portance locale

Lorsque l'angle entre la force et le fil du bois est nul, la portance locale est calculée comme suit :

$$f_{h,0,k} = 0,082 \times (1 - 0,01 \times d) \times \rho_k \quad (8.32)^{(1)}$$

Lorsque l'effort à un angle α par rapport au fil du bois la valeur caractéristique de la portance locale devient :

$$f_{h,\alpha,k} = \frac{f_{h,0,k}}{k_{90} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha} \quad (8.31)$$

avec :

$f_{h,0,k}$: portance locale caractéristique du boulon lorsque l'angle entre le fil du bois et l'effort est nul (N/mm^2) ;

ρ_k : masse volumique caractéristique du bois (kg/m^3) (tab. 1) ;

d : diamètre du boulon (mm) ;

t : épaisseur des panneaux (mm) ;

α : angle de l'effort avec le fil du bois ($^\circ$) ;

$k_{90} = 1,35 + 0,015d$ pour les résineux ;

$k_{90} = 1,30 + 0,015d$ pour le lamibois (LVL) ;

$k_{90} = 0,90 + 0,015d$ pour les feuillus.

Pour notre exemple :

$$f_{h,0,k} = 0,082 \times (1 - 0,01 \times 20) \times 425 = 27,88 \text{ N/mm}^2$$

L'angle entre l'effort et le fil du bois du poteau est de $30,1^\circ$:

$$f_{h,1,k} = \frac{27,88}{1,65 \times \sin^2 30,1 + \cos^2 30,1} = 23,96 \text{ N/mm}^2$$

L'angle entre l'effort et le fil du bois de l'arbalétrier est de $44,5^\circ$:

$$f_{h,2,k} = \frac{27,88}{1,65 \times \sin^2 44,5 + \cos^2 44,5} = 21,13 \text{ N/mm}^2$$

avec $k_{90} = 1,35 + 0,015 \times 20 = 1,65$ pour les résineux.

Le ratio des portances locales est : $\beta = f_{h,2,k}/f_{h,1,k} = 21,13/23,96 = 0,88$.

La figure 12 définit t_1 et t_2 soit, pour notre exemple : $t_1 = 160 \text{ mm}$ et $t_2 = 210 \text{ mm}$.

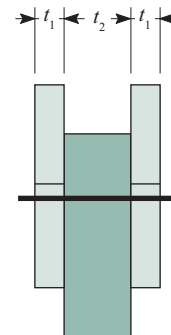


Fig. 12. Définition de t_1 et de t_2 .

(1) Les chiffres placés entre parenthèses en regard de formules renvoient au numéro du chapitre suivi du numéro de la formule dans ce chapitre de l'Eurocode 5 [1] ; par exemple (8.32) renvoie à la formule 32 du chapitre 8.

Tab. 1. Valeurs caractéristiques des bois lamellés (source : NF EN 14080 [3]).

Classe de la résistance du bois lamellé collé								
Propriété	Symbole	GL 20h	GL 22h	GL 24h	GL 26h	GL 28h	GL 30h	GL 32h
Résistance à la flexion	$f_{m, g, k}$	20	22	24	26	28	30	32
Résistance à la traction	$f_{t, 0, g, k}$	16	17.6	19.2	20.8	22.4	24	25.6
	$f_{t, 90, g, k}$	0.5						
Résistance à la compression	$f_{c, 0, g, k}$	20	22	24	26	28	30	32
	$f_{c, 90, g, k}$	2.5						
Résistance au cisaillement (cisaillement et torsion)	$f_{V, g, k}$	3.5						
Résistance au cisaillement roulant	$f_{r, g, k}$	1.2						
Module d'élasticité	$E_{0, g, moyen}$	8 400	10 500	11 500	12 100	12 600	13 600	14 200
	$E_{0, g, 05}$	7 000	8 800	9 600	10 100	10 500	11 300	11 800
	$E_{90, g, moyen}$	300						
	$E_{90, g, 05}$	250						
Module de cisaillement	$G_{g, moyen}$	650						
	$G_{g, 05}$	540						
Module de cisaillement roulant	$G_{r, g, moyen}$	65						
	$G_{r, g, 05}$	54						
Masse volumique	$\rho_{g, k}$	340	370	385	405	425	430	440
	$\rho_{g, moyen}$	370	410	420	445	460	480	490

4.2 Moment d'écoulement plastique

Le moment d'écoulement plastique caractérise la résistance du boulon. Il est précisé par la formule :

$$M_{y,Rk} = 0,3 \times f_u \times d^{2,6} \quad (8.3)$$

avec :

$M_{y,Rk}$: moment caractéristique d'écoulement plastique (N.mm) ;

d : diamètre du boulon (mm) ;

f_u : résistance en traction du boulon de classe 6.8, soit $f_u = 600$ N/mm².

Pour notre exemple, avec des boulons de 20 mm de diamètre et une résistance f_u de 600 N/mm², nous obtenons :

$$M_{y,Rk} = 0,3 \times f_u \times d^{2,6} = 0,3 \times 600 \times 20^{2,6} \\ = 434461 \text{ N.mm}$$

4.3 Mode de rupture du boulon

Le boulon travaille en double cisaillement [1, art. 8.7]. La capacité résistante caractéristique $F_{v,Rk}$ est calculée pour un organe et un plan de cisaillement. Il faut sélectionner la valeur minimum des quatre modes de rupture suivants (fig. 13) :

- g : écrasement du bois dans la pièce t_1 (poteau) ;
- h : écrasement du bois dans la pièce centrale t_2 (arbalétrier) ;
- j : écrasement du bois dans la pièce t_1 (poteau) et rotule plastique dans la tige ;
- k : écrasement des deux pièces de bois (poteau et arbalétrier) et rotule plastique dans la tige.



Remarque

L'effet de corde ($F_{ax,Rk}/4$) est traité au paragraphe 4.4 ci-après.

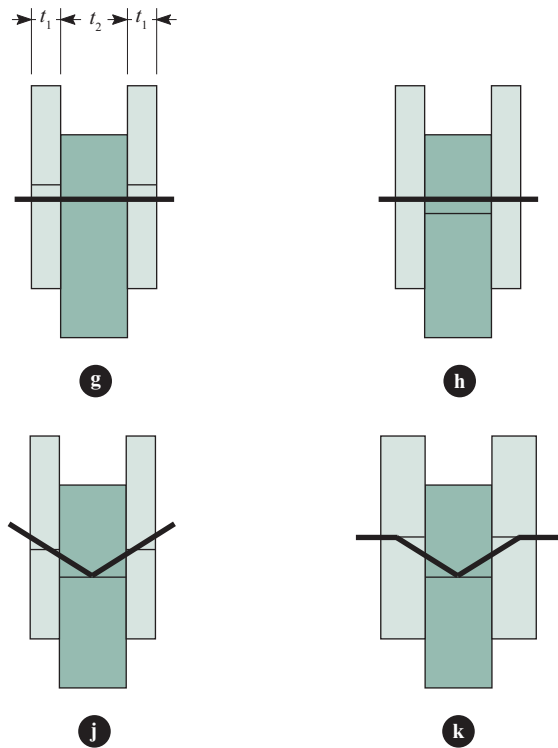


Fig. 13. Modes de rupture d'une tige travaillant en double cisaillement.

4.3.1 Écrasement du bois dans la première pièce (poteau)

Calcul de la résistance à la compression (enfoncement) de la tige dans la pièce 1 :

$$F_{v,Rk} = f_{h,1,k} \times t_1 \times d = 23,96 \times 160 \times 20 = 76\,672 \text{ N} \quad (g)$$

4.3.2 Écrasement du bois dans la deuxième pièce (arbalétrier)

Calcul de la résistance à la compression (enfoncement) de la tige dans la pièce 2 :

$$F_{v,Rk} = 0,5 \times f_{h,2,k} \times t_2 \times d = 0,5 \times 21,13 \times 210 \times 20 = 44\,373 \text{ N} \quad (h)$$

4.3.3 Écrasement du bois dans la première pièce (poteau) et rotule plastique dans la tige

Calcul de la résistance à la compression (enfoncement) de la tige dans la pièce 1 et de la résistance à la déformation plastique (irréversible) :

$$F_{v,Rk} = 1,05 \times \frac{f_{h,1,k} \times t_1 \times d}{2 + \beta} \times \left[\sqrt{2\beta \times (1 + \beta) + \frac{4\beta \times (2 + \beta) \times M_{y,Rk}}{f_{h,1,k} \times d \times t_1^2}} - \beta \right] + \frac{F_{ax,Rk}}{4} \quad (h)$$

$$F_{v,Rk} = 1,05 \times \frac{23,96 \times 160 \times 20}{2 + 0,88} \times \left[\sqrt{2 \times 0,88 \times (1 + 0,88) + \frac{4 \times 0,88 \times (2 + 0,88) \times 434461}{23,96 \times 20 \times 160^2}} - 0,88 \right] \quad (j)$$

$$F_{v,Rk} = 28950 \text{ N sans l'effet de corde (j)}$$

4.3.4 Écrasement des deux pièces (poteau et arbalétrier) et rotule plastique dans la tige

Calcul de la résistance à la déformation plastique (irréversible) de la tige :

$$F_{v,Rk} = 1,15 \times \sqrt{\frac{2\beta}{1 + \beta}} \times \sqrt{2M_{y,Rk} \times f_{h,1,k} \cdot d} + \frac{F_{ax,Rk}}{4} \quad (k)$$

$$F_{v,Rk} = 1,15 \times \sqrt{\frac{2 \times 0,88}{1 + 0,88}} \cdot \sqrt{2 \times 434461 \times 23,96 \times 20}$$

$$= 22719 \text{ N}$$

sans l'effet de corde

avec :

t_1 : épaisseur du poteau = 160 mm ;

t_2 : épaisseur de l'arbalétrier = 210 mm ;

d : diamètre du boulon = 20 mm ;

$f_{h,1,k}$: portances locales dans la moise = 23,96 N/mm² ;

$f_{h,2,k}$: portances locales dans l'arbalétrier = 21,13 N/mm² ;

β : ratio des portances locales = 0,88 ;

$M_{y,Rk}$: moment caractéristique d'écoulement plastique : 434 461 N·mm ;

$F_{ax,Rk}/4$: effet de corde.



Remarque

Le mode de rupture a une influence sur la résistance de la structure lorsqu'une vérification vis-à-vis du séisme est réalisée. L'Eurocode 8 limite le diamètre des boulons à 16 mm pour favoriser le mode de rupture avec deux rotules plastiques, d'où une quantité d'énergie absorbée par chaque tige [2]. Ce n'est pas le cas des équations g et h qui n'ont aucune rotule plastique. Ce mode de rupture est traduit par le coefficient de comportement q [2].

4.4 Effet de corde

Dans les équations j et k, la tige se déforme. Il est possible d'ajouter une résistance correspondant à l'effet de corde $F_{ax,Rk}/4$, où $F_{ax,Rk}$ est la résistance à l'arrachement. Cette valeur est plafonnée à 25 % de la partie de gauche de l'équation. Le calcul doit être effectué une première fois sans l'effet de corde (§ 4.3), puis avec l'effet de corde.

La capacité à l'arrachement des boulons dépend de la résistance du bois sous la rondelle pour les assemblages bois/bois. Elle est déterminée par la formule suivante :

$$F_{ax,Rk} = 3 \times f_{c,90,k} \frac{\pi \times (D_{rondelle}^2 - d_{rondelle}^2)}{4}$$

avec :

$f_{c,90,k}$: contrainte caractéristique de compression perpendiculaire du bois (N/mm²) ;

$D_{rondelle}$: diamètre extérieur de la rondelle qui doit être équivalent au minimum à trois diamètres du boulon (mm) ;

$d_{rondelle}$: diamètre intérieur de la rondelle (mm).

Les dimensions des rondelles de charpente sont définies dans le tableau 2.

Soit pour notre exemple :

$$F_{ax,Rk} = 3 \times 2,5 \frac{\pi \times (60^2 - 22^2)}{4} = 18355 \text{ N}$$

avec :

$f_{c,90,k} = 2,5 \text{ N/mm}^2$, contrainte caractéristique de compression perpendiculaire du bois (tab. 2) ;

$D_{rondelle} = 60 \text{ mm}$, diamètre extérieur de la rondelle (tab. 4) ;

$d_{rondelle} = 22 \text{ mm}$, diamètre intérieur de la rondelle (tab. 4).

Soit un effet de corde maximum de $18\,355/4 = 4\,589 \text{ N}$.



Remarque

En présence d'une plaque métallique (ferrure de contreventement par exemple), la résistance en traction du boulon est limitée :

$$F_{ax,Rd} \leq 3 \times f_{c,90,d(\text{bois})} \cdot \frac{\pi \times [D_{max}^2 - (d + 2)^2]}{4}$$

avec :

$$D_{max} = \min \left\{ \begin{array}{l} 12 \times t \\ 4 \times d_{boulon} \end{array} \right. ;$$

t : épaisseur de plaque métallique (mm) ;

d : diamètre du boulon traversant la plaque métallique (mm).

La valeur de calcul de la résistance en traction de l'acier étant généralement très supérieure à la valeur de calcul de la résistance en compression perpendiculaire du bois, la valeur minimum sera la résistance du bois.

La résistance caractéristique d'un plan de cisaillement d'un boulon sera :

– équation g : $76\,680 \text{ N/mm}^2$;

– équation h : $44\,377 \text{ N/mm}^2$;

– équation j : $28\,950 + 4\,589 = 33\,539 \text{ N/mm}^2$, sachant que $4\,589$ doit être inférieur ou égal à 25 % de $28\,950$;

– équation k : $22\,719 + 4\,589 = 27\,308 \text{ N/mm}^2$, sachant que $4\,589$ doit être inférieur ou égal à 25 % de $22\,719$.

La valeur la plus faible est : $F_{vRk} = 27\,308 \text{ N/mm}^2$. Il faut transformer cette valeur caractéristique en valeur de résistance ou valeur design [1, art. 2.14] :

$$F_{vRd} = F_{vRk} \times k_{mod} / \gamma_M$$

avec :

$K_{mod} = 1,1$ car avec la combinaison 1,35G + 1,5S + 0,9W, la durée du chargement est instantanée et la classe de service est 2 (tab. 3) ;

$\gamma_M = 1,3$ car c'est un assemblage [1, tab. 2.3).



Remarque

Le calcul de la résistance d'une tige étant assez lourd, il est utile d'employer un logiciel.

La résistance d'un plan de cisaillement d'un boulon sera de :

$F_{vEd} = 27\,308 \times 1,1/1,3 = 23\,107 \text{ N}$, soit pour un boulon travaillant en double cisaillement :

$$23\,107 \times 2 = 46\,214 \text{ N}.$$

5 Taux de travail de l'assemblage

Le taux de travail est calculé comme suit :

$$F_{vEd} / F_{vRd} = 35\,380 / 46\,214 = 0,77$$

avec :

F_{vEd} : effet des actions sur le boulon le plus sollicité = $35\,380 \text{ N}$ (voir fig. 8) ;

F_{vRd} : résistance de ce boulon = $46\,214 \text{ N}$.

$0,77 < 1$: le critère est vérifié.



Remarque

Sans tenir compte de l'effet de corde :

– la résistance d'un boulon serait : $F_{vRd} = 22\,719 \times 2 \times 1,1/1,3 = 38\,447 \text{ N}$;

– le taux de travail serait : $F_{vEd} / F_{vRd} = 35\,380 / 38\,447 = 0,92$;

– le boulon le plus sollicité sur la couronne a peut-être une résistance supérieure qu'un autre boulon moins sollicité mais moins résistant. Le taux de travail pourrait être légèrement supérieur.

Tab. 2. Dimensions des rondelles de charpente.

Ø boulon	D_{ext}	d_{int}	Épaisseur	Ø boulon	D_{ext}	d_{int}	Épaisseur
12	40	14	4	20	60	22	6
14	45	16	5	22	65	24	6,5
16	50	18	5	24	75	26	7,5
18	55	20	6	27	90	30	8,5

Tab. 3. Valeur du facteur pour la durée de chargement k_{mod} [1, tab. 3.1].

Durée de chargement		Classe de service (1)		
Classe de durée	Exemple	1 <i>H</i> bois < 13 % (local chauffé)	2 13 % < <i>H</i> bois < 20 % (sous abris)	3 <i>H</i> bois > 20 % (extérieur)
Permanente (> 10 ans)	Charge de structure	0,6	0,6	0,5
Long terme (6 mois à 10 ans)	Stockage	0,7	0,7	0,55
Moyen terme (1 semaine à 6 mois)	Charges d'exploitation Neige Altitude > 1 000 m	0,8	0,8	0,65
Court terme (< 1 semaine)	Neige Altitude ≤ 1 000 m	0,9	0,9	0,7
Instantanée	Vent Situation accidentelle Neige exceptionnelle	1,1	1,1	0,9

(1) On distingue trois classes de service, numérotées 1, 2 et 3 :
* L'humidité d'équilibre est l'humidité relative qui doit régner dans une atmosphère environnante pour empêcher tout échange d'eau entre les matériaux et l'air.

6 Distances et espacements

On distingue les espacements entre les boulons et les distances aux rives et aux extrémités du bois. Ces valeurs sont définies dans le tableau 4 et la figure 14.

Tab. 4. Valeur des espacements et des distances des boulons.

		Boulon – Broche
Distances aux rives et extrémités du bois	Extrémité chargée (a_{3t})	7d
	Rives chargées (a_{4t})	4d
Espacements entre boulons	Sur la couronne	6d
	Entre couronnes (voir fig. 16)	4d

d : diamètre du boulon.

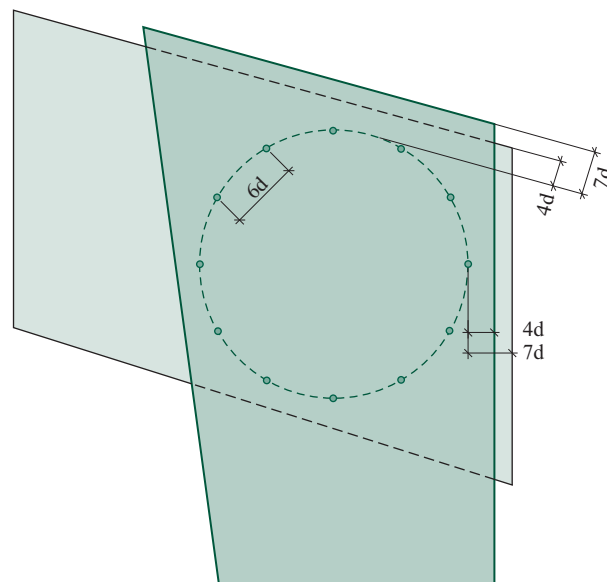


Fig. 14. Espacements entre les boulons et distances aux rives et aux extrémités du bois.

7 Vérification du cisaillement et du fendage

Cette vérification concerne le bois autour des boulons.

7.1 Cisaillement

Chaque boulon provoque un effort tranchant. Il est maximal au voisinage du centre de la couronne et est nettement plus important que celui relevé au niveau du calcul global de la structure. La valeur de l'effort tranchant maximal au sein de la couronne tend

vers : $F_{v,d} = \frac{M_d}{\pi \cdot r} - \frac{V_d}{2}$, soit :

$$\text{– pour le poteau : } F_{v,d} = \frac{264\,800}{\pi \cdot 0,42} - \frac{56\,700}{2} = 172\,336 \text{ N}$$

$$\text{– pour l'arbalétrier : } F_{v,d} = \frac{264\,800}{\pi \cdot 0,42} - \frac{43\,670}{2} = 178\,852 \text{ N}$$

avec :

$F_{v,d}$: effort tranchant au voisinage du centre de la couronne (N) ;

M_d : moment transmis (N.m), soit $M_d = 264\,800$ N.m ;

r : rayon de la couronne (m), soit $r = 0,42$ m ;

V_d : effort tranchant global (N) ;

– dans le poteau, $V_d = 56\,700$ N ;

– dans l'arbalétrier, $V_d = 43\,670$ N.

Par ailleurs, la vérification au cisaillement est effectuée en tenant compte de la hauteur réelle exposée au cisaillement, c'est-à-dire la distance entre le bord chargé et le perçage le plus éloigné (fig. 15).

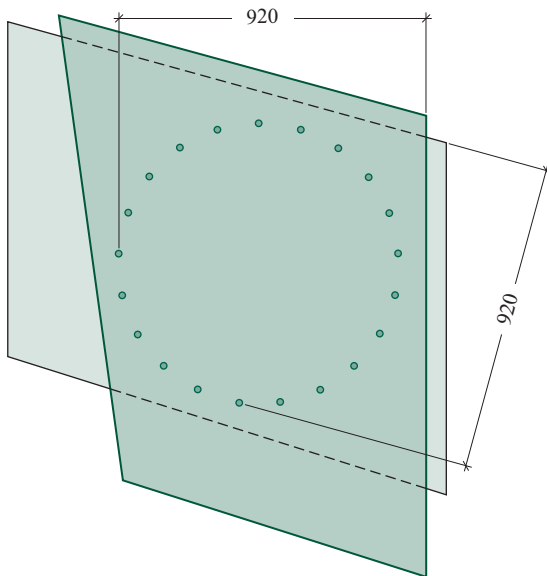


Fig. 15. Hauteur réelle ou efficace cisailée.

Le taux de travail en cisaillement doit répondre à l'inéquation suivante :

$$\text{taux de travail} = \frac{\tau_d}{f_{v,d}} \leq 1$$

avec :

τ_d : contrainte de cisaillement de calcul (N/mm²) ;

$f_{v,d}$: contrainte de résistance de cisaillement (N/mm²). (6.13)

7.1.1 Contrainte de cisaillement τ_d

Il est nécessaire de calculer la contrainte de cisaillement dans le poteau et dans l'arbalétrier, les sections et efforts tranchants étant différents.

Dans le poteau

$$\tau_d = \frac{1,5 \times F_{v,d}}{k_{cr} \times b \times h_e}$$

avec :

$F_{v,d}$: effort tranchant (N), soit $F_{v,d} = 172\,336$ N ;

b : épaisseur de la pièce (mm), soit $b = 2 \times 160$ mm ;

h_e : hauteur réelle exposée au cisaillement (mm), soit $h_e = 920$ mm (voir fig. 15) ;

k_{cr} : par sécurité $k_{cr} = 0,67$ car le cisaillement est un point faible de la couronne de boulons.

Soit, pour notre application :

$$\tau_d = \frac{1,5 \times 172\,336}{0,67 \times 2 \times 160 \times 920} = 1,31 \text{ N/mm}^2$$

Dans l'arbalétrier

$$\tau_d = \frac{1,5 \times 178\,852}{0,67 \times 210 \times 920} = 2,07 \text{ N/mm}^2$$

avec :

$F_{v,d}$: effort tranchant (N), soit $F_{v,d} = 178\,852$ N ;

b : épaisseur de la pièce (mm), soit $b = 210$ mm ;

h_e : hauteur réelle exposée au cisaillement (mm), soit $h_e = 920$ mm (voir fig. 15) ;

k_{cr} : par sécurité $k_{cr} = 0,67$ car le cisaillement est un point faible de la couronne de boulons.

7.1.2 Contrainte de résistance de cisaillement $f_{v,d}$

$$f_{v,d} = f_{v,k} \times \frac{k_{mod}}{\gamma_M} = 3,5 \times \frac{1,1}{1,25} = 3,08 \text{ N/mm}^2$$

avec :

$f_{v,k}$: 3,5 N/mm² (voir tab. 1),

k_{mod} : 1,1 car le chargement est instantané (voir tab. 3) ;

γ_M : 1,25 (nous vérifions le bois et non l'assemblage).

7.1.3 Taux de travail

Il faut sélectionner la contrainte la plus importante soit, pour l'arbalétrier :

$$\text{taux de travail} = \frac{\tau_{v,d}}{f_{v,d}} = \frac{2,07}{3,08} = 0,67 < 1 ; \text{ le critère est vérifié.}$$

7.2 Fendage

Lorsque l'assemblage transmet un effort tranchant, donc perpendiculaire à l'axe de l'élément, il est nécessaire de réaliser la justification au fendage du bois.

$$\text{Le taux de travail doit vérifier l'inéquation : } \frac{F_{V,d}}{F_{90,Rd}} \leq 1 \quad (8.2)$$

avec :

$F_{V,d}$: effort tranchant maximum au niveau de l'assemblage (N) ;

$F_{90,Rd}$: résistance de calcul au fendage (N).

7.2.1 Détermination de la résistance de calcul au fendage $F_{90,Rd}$

Elle est déterminée par la formule suivante :

$$F_{90,Rd} = F_{90,Rk} \times \frac{k_{mod}}{\gamma_M}$$

avec :

$F_{90,Rk}$: résistance caractéristique au fendage (N) ;

k_{mod} : coefficient modificatif en fonction de la charge de plus courte durée et de la classe de service ;

γ_M : coefficient partiel qui tient compte de la dispersion du matériau.

7.2.2 Calcul de la résistance caractéristique au fendage $F_{90,Rk}$

Pour les résineux, elle est déterminée par la formule suivante :

$$F_{90,Rk} = 14b \times \sqrt{\frac{h_e}{\left(1 - \frac{h_e}{h}\right)}} \quad (8.4)$$

avec :

b : épaisseur de l'élément (mm) ;

h_e : hauteur exposée à la traction perpendiculaire aux fibres (mm) (comme pour le cisaillement, la hauteur de la section exposée au risque de fendage est la distance entre le bord chargé et le perçage le plus éloigné ; voir la figure 15) ;

h : hauteur de la pièce (mm).

Pour notre application dans laquelle l'arbalétrier a une épaisseur plus faible et un effort tranchant plus important que dans le poteau, les valeurs à prendre en compte sont donc les suivantes :

b : 210 mm ;

h_e : 920 mm ;

h : 1 000 mm.

Par suite :

$$F_{90,Rk} = 14 \times 210 \times \sqrt{\frac{920}{\left(1 - \frac{920}{1000}\right)}} = 315\,279 \text{ N}$$

7.2.3 Calcul du taux de travail

La valeur design ou valeur de résistance est :

$$F_{90,Rd} = 315\,279 \times \frac{1,1}{1,25} = 277\,446$$

avec :

$F_{90,Rk} = 315\,279 \text{ N}$;

$k_{mod} = 1,1$ car le chargement est instantané (voir tab. 1),

$\gamma_M = 1,25$ (nous vérifions le bois et non l'assemblage ; voir tab. 3).

Le taux de travail est $\frac{F_{V,d}}{F_{90,Rd}} = \frac{178\,852}{277\,446} = 0,65 < 1$; le critère est vérifié.

8 Réalisation d'une double couronne

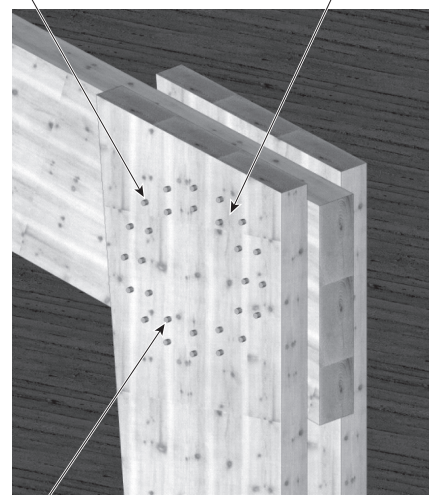
Une double couronne permet de diminuer la largeur des poteaux et celle de l'arbalétrier. Par ailleurs, son diamètre est plus faible que celui d'une simple couronne. L'effet du retrait sera donc plus faible.

Reprenons l'exemple précédemment étudié mais avec une double couronne (fig. 16) :

– le diamètre de la couronne extérieure est de 640 mm et comporte 16 boulons de 20 mm ;

16 boulons formant la couronne extérieure de 640 mm

La distance entre les 2 couronnes est de $4d$, soit 80 mm



12 boulons formant une couronne intérieure de 480 mm

Fig. 16. Double couronne de boulons étudiée.

Réalisé à l'aide du logiciel Cadword

- le diamètre de la couronne intérieure est de 480 mm et comporte 12 boulons de même diamètre ;
- la différence entre les deux rayons est de $4d$, soit 80 mm.

Rappel des efforts subis (voir § 1) :

- effort normal : 97,7 kN ;
- effort tranchant : 56,7 kN ;
- moment : 264,8 kN·m.

9 Calcul des effets des efforts et moments sur les boulons

L'effort repris par les boulons est la somme vectorielle des efforts normaux, tranchants et de l'effort provenant du moment.

Les efforts de cisaillement et de soulèvement sur chaque boulon s'obtiennent en divisant l'effort total par le nombre de boulons, soit :

- pour l'effort normal : $97,7/(16+12) = 3,5$ kN ;
- pour l'effort tranchant : $56,7/(16+12) = 2$ kN.

L'effort provoqué par le moment est obtenu par la démarche suivante :

– détermination du centre de gravité de l'assemblage : pour une couronne, son centre.

– calcul du moment quadratique polaire, $IG = \sum a_i^2$, avec a_i la distance entre le centre de gravité et le boulon, soit pour une double couronne, $IG = n_1 \times r_1^2 + n_2 \times r_2^2$, avec n_1 le nombre de boulons et r_1 le rayon de la couronne extérieure, n_2 le nombre de boulons et r_2 le rayon de la couronne intérieure.

– calcul de l'effort repris par un boulon de la couronne extérieure :

$$F_m = \frac{MG}{IG} \times a_i, \text{ soit pour une double couronne de boulons,}$$

$$F_m = \frac{MG}{n_1 \times r_1^2 + n_2 \times r_2^2} \times r_1$$

$$= \frac{264,8}{16 \times 0,32^2 + 12 \times 0,24^2} \times 0,32 = 36,4 \text{ kN}$$

Remarques

- L'effort provoqué par le moment est toujours nettement supérieur à l'effort normal et à l'effort tranchant.
- Le boulon de la couronne extérieure est plus sollicité car il est plus éloigné du centre de gravité.

Calculer la somme vectorielle des efforts normaux, tranchants et l'effort provenant du moment pour chaque boulon est fastidieux. Comme pour la simple couronne, la figure 8 montre que le boulon le plus sollicité aura un effort proche de la formule suivante :

$$F_{boulon} = \left(\sqrt{F_x^2 + F_y^2} \right) + F_m = \left(\sqrt{3,5^2 + 2^2} \right) + 36,4 = 40,4 \text{ kN}$$

Remarque

Cette simplification ne permet pas d'identifier le rapport le plus défavorable effort/résistance du boulon. Toutefois, cet écart reste généralement

inférieur à 5 %. Il est possible qu'un autre boulon soit moins sollicité et moins résistant.

10 Taux de travail de l'assemblage

La résistance d'un boulon est sensiblement la même que pour la simple couronne car l'angle entre l'effort et le fil du bois, $\alpha = \tan^{-1}(F_x/F_y)$ a un rapport F_x/F_y identique, soit $F_{v,Rd,boulon} = 46\,214$ N (voir § 3 et § 4).

Le taux de travail est : $F_{v,Ed}/F_{v,Rd} = 40\,400/46\,214 = 0,87$

avec :

$F_{v,Ed}$: effet des actions sur le boulon le plus sollicité, soit $F_{v,Ed} = 40\,400$ N ;

$F_{v,Rd}$: résistance de ce boulon, soit $F_{v,Rd} = 46\,214$ N.

$0,87 < 1$: le critère est vérifié.



Remarques

- en règle générale, il est préférable de ne pas dépasser un taux de 0,8 car des contraintes de séchage s'ajoutent aux contraintes mécaniques.
- le boulon le plus sollicité sur la couronne a peut-être une résistance supérieure à celle d'un autre boulon moins sollicité mais moins résistant. Le taux de travail pourrait être légèrement supérieur.
- le diamètre est diminué : 640 mm au lieu de 840 mm ; les contraintes provoquées par le séchage seront donc plus faibles.
- la largeur du poteau et celle de l'arbalétrier au droit de la couronne diminuent de 1 000 à 800 mm.
- le principe de vérification du cisaillement et du fendage est identique à celui de la simple couronne.



En savoir plus

Y. Benoit, B. Legrand, V. Tastet, *Calcul des structures en bois*, Collection « Eurocode », éd. Eyrolles et Afnor, 2009.

11 Références

[1] NF EN 1995-1-1 (novembre 2005 – indice de classement : P 21-711-1) : Eurocode 5 – Conception et calcul des structures en bois – Partie 1-1 : généralités – Règles communes et règles pour les bâtiments. 2^e tirage (septembre 2006). Modifiée par amendement A1 (octobre 2008 – indice de classement : P 21-711-1/A1). Annexe nationale à la norme NF EN 1995-1-1 (mai 2010 – indice de classement : P 21-711-1/NA).

[2] NF EN 1998/NA (décembre 2007 – indice de classement : P 06-030-1/NA) : Eurocode 8 – Calcul des structures pour leur résistance aux séismes – Partie 1 : règles générales, actions sismiques et règles pour les bâtiments – Annexe nationale à la NF EN 1998-1:2005 : Règles générales, actions sismiques et règles pour les bâtiments.

[3] NF EN 14080 (août 2013) : Structure en bois – Bois lamellé-collé et bois massif reconstitué – Exigences.