

## 2 Vérification aux Eurocodes d'une panne travaillant en flexion déviée

---

La justification d'une panne travaillant en flexion déviée exige des vérifications à l'état limite ultime et à l'état limite de service. La première étape consiste à définir les actions, les charges de structure et les charges d'exploitation. Puis il faut déterminer les combinaisons d'actions, qui simulent les différentes situations de charges auxquelles les pannes seront soumises au cours de leur vie. Ces combinaisons d'actions définissent la charge de calcul pour établir les contraintes de flexion, de cisaillement et de compression transversale à l'état limite ultime et la déformation instantanée sous charges variables et la déformation totale à l'état limite de service.

### 2.1 Hypothèses de calcul

Considérons une panne travaillant en flexion déviée d'un bâtiment situé en zone A1 à une altitude inférieure à 200 m et avec une pente de 30 % (soit 16,7°). La longueur d'appui sur les arbalétriers est de 40 mm. La structure est composée de :

- une couverture en tuiles mécaniques à emboîtement pesant 40 kg/m<sup>2</sup> (litage compris) ;

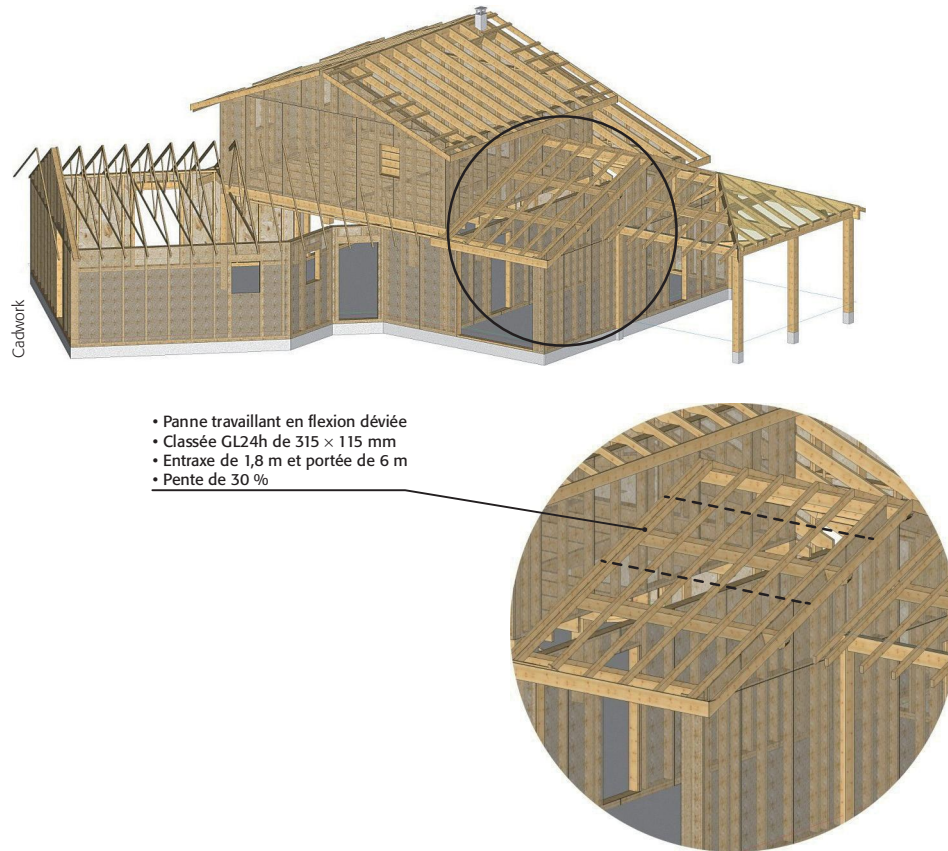


Figure 5.17 Panne étudiée.

- de chevrons en bois massif classé C24 de 100 × 75 mm, avec un entraxe de 0,45 m ;
- de pannes en bois lamellé-collé classé GL24h de 315 × 115 mm, avec un entraxe de 1,8 m et une portée de 6 m.

## 2.2 Détermination des actions

Les actions proviennent du poids de la structure, de l'entretien et du poids de la neige.

### 2.2.1 Actions provoquées par le poids de la structure

#### *Étape 1 : détermination de la bande de chargement*

La panne reprend 1/2 entraxe à gauche et 1/2 entraxe à droite, soit un entraxe complet ( $900 + 900 = 1800$  mm).

#### *Étape 2 : transformation de la masse en charge*

Les tuiles mécaniques:  $40 \text{ kg/m}^2$ .

Les pannes et les chevrons:  $420 \text{ kg/m}^3$ .

Le calcul consiste à transformer la masse des éléments surfaciques (tuiles mécaniques) en action exprimées en  $\text{kN/m}^2$  et la masse des éléments linéiques (pannes et chevrons) en action exprimées en  $\text{kN/m}$ . Par simplification, l'accélération terrestre  $g$  est prise égale à  $10 \text{ m/s}^2$ .

Les tuiles mécaniques:  $[\text{kg/m}^2] \cdot [\text{g}/1\,000] = \text{kN/m}^2$ , soit  $40 \times (10/1\,000) = 0,4 \text{ kN/m}^2$ .

Les chevrons et les pannes:  $\frac{[\text{kg/m}^3] \cdot \text{g}}{1\,000} \cdot \text{hauteur (m)} \cdot \text{épaisseur (m)} = \text{kN/m}$ ,

soit  $\frac{420 \times 10}{1\,000} \times 0,100 \times 0,075 = 0,032 \text{ kN/m}$  et  $\frac{420 \times 10}{1\,000} \times 0,315 \times 0,115 = 0,152 \text{ kN/m}$ .

#### Étape 3: calcul de la charge des chevrons par mètre carré

Le poids d'un mètre de chevrons est divisé par son entraxe pour obtenir une charge par mètre carré.

$$G_{\text{chevron}} = \frac{\text{Chevron } [\text{kN/m}]}{\text{Entraxe chevrons } [\text{m}]},$$

soit  $G_{\text{chevron}} = \frac{0,032}{0,45} = 0,071 \text{ kN/m}^2$ .

#### Étape 4: détermination de la charge de structure (G) par mètre de panne

Les charges de structure surfaciques sont multipliées par la bande de chargement pour obtenir une charge linéique. Le poids de la panne est ajouté.

La charge totale est  $G = (0,4 + 0,071) \times 1,8 + 0,152 = 1 \text{ kN/m}$ .

## 2.2.2 Les charges d'exploitation

La charge d'exploitation correspond à l'entretien. La toiture est inclinée. Il faut appliquer une charge ponctuelle de  $1,5 \text{ kN}$  au plus défavorable, donc au milieu de la panne.

## 2.2.3 Les charges de neige

Le bâtiment à une toiture inclinée à moins de  $30^\circ$ . Le bâtiment est situé en zone A1 à une altitude inférieure à  $200 \text{ m}$ . Les coefficients d'exposition  $c_e$  et thermique  $c_t$  sont égaux à 1.

#### Étape 1: calcul de la neige au sol

$S_{200} = 0,45 \text{ kN/m}^2$ .

#### Étape 2: calcul du coefficient de forme $\mu_i$

Pour un angle inférieur à  $30^\circ$ :  $\mu_i = 0,8$ .

#### Étape 3: calcul de la charge de neige sur la toiture en $\text{kN/m}^2$ horizontal

La formule de calcul de neige sur une toiture est  $S = S_k \cdot \mu_{i(\alpha)} \cdot c_e \cdot c_t$ .

$S = 0,45 \times 0,8 \times 1 \times 1 = 0,36 \text{ kN/m}^2$  horizontal.

$S = 0,36 \times \cos 16,7^\circ = 0,345 \text{ kN/m}^2$  rampant.

#### Étape 4: calcul de la charge de neige sur la panne en $\text{kN/m}$

$S = 0,345 \times 1,8 = 0,621 \text{ kN/m}$ .

Remarque: l'effet du vent n'est pas abordé dans cet exemple.

## 2.3 Les combinaisons d'action

Une première vérification consiste à confirmer que pendant toute la durée d'exploitation du bâtiment la sécurité des personnes sera assurée. C'est la vérification à l'état limite ultime (ELU). Une deuxième vérification permet de contrôler que les usagers pourront avoir une exploitation du bâtiment conforme à sa destination. C'est la vérification à l'état limite de service (ELS).

### 2.3.1 Les combinaisons à l'état limite ultime (ELU)

Les combinaisons à l'ELU concernent la résistance de la structure. Il n'y a ni risque de soulèvement ni risque de neige exceptionnelle.

*Combinaisons pour la résistance de la structure avec des charges descendantes ELU (STR):*

Les combinaisons à l'ELU concernent la résistance de la structure. Le risque de neige exceptionnelle n'existe pas dans la zone A1.

$$q_1 = 1,35G$$

$$q_2 = 1,35G + 1,5S$$

$$q_3 = 1,35G + 1,5Q_{\text{entretien}}$$

*Remarques:*

– La charge d'entretien ne se combine pas avec la charge de neige en action principale.

– La charge d'entretien est ponctuelle. Elle n'a pas le même effet qu'une charge uniformément répartie. Elle ne doit pas faire l'objet d'une addition algébrique.

### 2.3.2 Les combinaisons à l'état limite de service (ELS)

Les combinaisons à l'ELS concernent la déformation sous charge variable et la déformation totale.

*Valeur de la charge de calcul pour la déformation instantanée sous charge variable:*

Charge de neige:  $q_{\text{inst}(Q)} = 0,621 \text{ kN/m}$ .

*Combinaisons pour la déformation totale avec une charge variable:*

$$q = G + Q_1 + k_{\text{def}} (G + \Psi_{2,1} Q_1)$$

$$q = G + Q_1 + 0,8(G + 0Q_1)$$

$$q = 1 + 0,621 + 0,8 \times (1 + 0 \times 0,621) = 2,421 \text{ kN/m}$$

## 2.4 Vérification à l'état limite ultime (ELU)

La vérification à l'ELU consiste à vérifier la panne en flexion déviée. L'effort se décompose en deux directions. L'une est parallèle à l'épaisseur ( $(G, S, Q) \sin \alpha$ ). Elle provoquera de la flexion dans le plan formé par l'épaisseur et l'axe de la panne. L'autre est parallèle à la hauteur ( $(G, S, Q) \cos \alpha$ ). Elle provoquera de la flexion dans le plan formé par la hauteur et l'axe de la panne (figures 5.18 et 5.19).

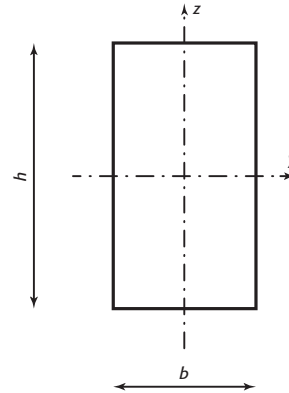


Figure 5.18 Repère de la section adopté par l'Eurocode.

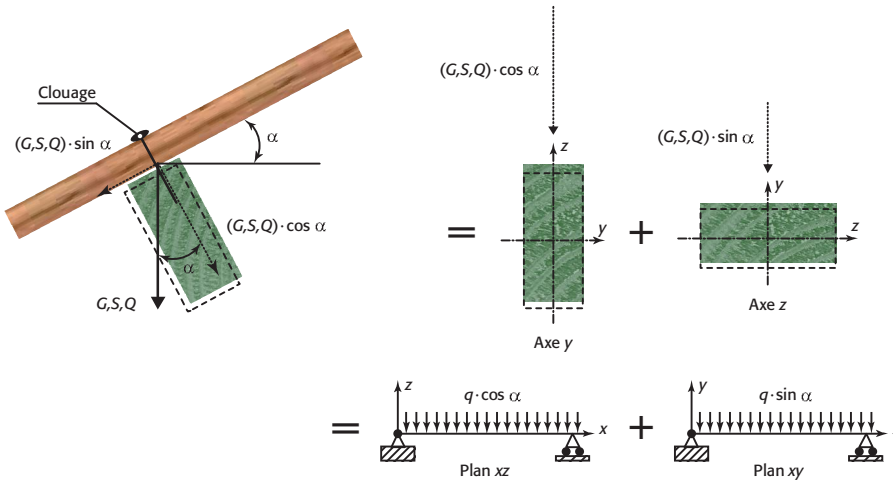


Figure 5.19 Projection des efforts dans les plans xz et xy.

### 2.4.1 Calcul de la charge reprise par la panne

Le tableau 5.2 précise l'effort parallèle à la hauteur de la panne et l'effort parallèle à l'épaisseur de la panne en fonction de la combinaison d'actions.

Tableau 5.2 Efforts repris par la panne en fonction de la combinaison d'actions.

Combinaison à l'ELU	Effort vertical $q$	Effort parallèle à la hauteur (axe de rotation $y$ ): $q \cos 16,7^\circ$	Effort parallèle à l'épaisseur (axe de rotation $z$ ): $q \sin 16,7^\circ$
$q_1 = 1,35G$	$1,35 \times 1 = 1,35 \text{ kN/m}$	1,293 kN/m	0,388 kN/m
$q_2 = 1,35G + 1,5S$	$1,35 \times 1 + 1,5 \times 0,621 = 2,282 \text{ kN/m}$	2,185 kN/m	0,656 kN/m
$q_3 = 1,35G + 1,5Q_{\text{entretien}}$	$1,35 \times 1 = 1,35 \text{ kN/m}$ et $1,5 \times 1,5 = 2,25 \text{ kN}$	1,293 kN/m et $2,155 \text{ kN} = 2\,115 \text{ N}$	0,388 kN/m et $0,647 \text{ kN} = 647 \text{ N}$

Les lames du bois lamellé-collé sont séchées avant le collage, puis le bois lamellé-collé est raboté. L'humidité du bois étant voisine de 12 %, il n'est pas nécessaire de diminuer la section.

### 2.4.2 Vérification avec une flexion déviée

Les deux contraintes de flexion sont provoquées par les actions calculées aux ELU, états limites ultimes.

La somme de ces deux rapports doit rester inférieure à 1 :

- pour l'axe  $y$ , contrainte de flexion provoquée par les actions du plan  $xz$  divisée par la contrainte de résistance de flexion ;
- pour l'axe  $z$ , contrainte de flexion provoquée par les actions du plan  $xy$  divisée par la contrainte de résistance de flexion.

Un coefficient  $k_m$  diminue le ratio le plus petit. Ce coefficient définit la redistribution des contraintes maximales situées sur l'arête tendue.

Le taux de travail, qui provient des équations 6.17 et 6.18 de l'Eurocode 5, est :

$$\text{maximum} \left\{ \begin{array}{l} \frac{\sigma_{m,y,d} + k_m \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}}}{f_{m,y,d}} \\ k_m \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \end{array} \right\} \leq 1$$

avec :

- $\sigma_{m,y,d}$  : contrainte de flexion en MPa, correspondant à une déformation dans le plan  $xz$ , donc aux efforts projetés sur  $z$ , et une rotation autour de l'axe  $y$  ;
- $f_{m,y,d}$  : résistance de flexion de l'axe  $y$ , calculée en MPa ;
- $\sigma_{m,z,d}$  : contrainte de flexion en MPa, correspondant à une déformation dans le plan  $xy$ , donc aux efforts projetés sur  $y$ , et une rotation autour de l'axe  $z$  ;
- $f_{m,z,d}$  : résistance de flexion de l'axe  $z$ , calculée en MPa ;
- $k_m$  : coefficient de redistribution des contraintes maximales situées sur l'arête tendue ( $k_m = 0,7$ ).

*Remarques :*

- La pièce étant déjà déversée, le coefficient  $k_{c\text{rit}}$  de déversement latéral n'est pas appliqué.
- $f_{m,y,d}$  et  $f_{m,z,d}$  ont la même valeur.

#### 2.4.2.1 Contrainte provoquée par les actions $\sigma_{m,y,d}$ et $\sigma_{m,z,d}$

Les contraintes de flexion provoquées par la charge sont calculées par les formules :

$$\sigma_{m,y,d} = \frac{M_{f,y}}{I_{G,y}} \text{ et } \sigma_{m,z,d} = \frac{M_{f,z}}{I_{G,z}}$$

avec :

- $M_{f,y}$  : moment de flexion maximum provoqué par une charge dans le plan  $xz$  :
  - pour une poutre sur deux appuis avec une charge uniformément répartie,  $M_{f,y} = q \cos(\alpha) L^2 / 8$ , avec  $q$  en N/mm et  $L$  la distance entre appuis en mm,
  - pour une poutre sur deux appuis avec une charge ponctuelle centrée,  $M_{f,y} = P \cos(\alpha) L / 4$ , avec  $P$  en N et  $L$  la distance entre appuis en mm ;

- $I_{G,y}/V$ : module d'inertie;  $bb^2/6$  pour une section rectangulaire (repère de la figure 5.18), avec  $b$  et  $h$  en mm;
- $M_{f,z}$ : moment de flexion maximum provoqué par une charge dans le plan  $xy$ :
  - pour une poutre sur deux appuis avec une charge uniformément répartie,  $M_{f,z} = q\sin(\alpha)L^2/8$ , avec  $q$  en N/mm et  $L$  la distance entre appuis en mm,
  - pour une poutre sur deux appuis avec une charge ponctuelle centrée,  $M_{f,z} = P\sin(\alpha)L/4$ , avec  $P$  en N et  $L$  la distance entre appuis en mm;
- $I_{G,z}/V$ : module d'inertie;  $hb^2/6$  pour une section rectangulaire (repère de la figure 5.18), avec  $b$  et  $h$  en mm;

Pour une poutre sur deux appuis avec une charge uniformément répartie :

$$\sigma_{m,y,d} = \frac{M_{f,y}}{I_{G,y}} = \frac{6q \cos(\alpha)L^2}{8bh^2} \text{ et } \sigma_{m,z,d} = \frac{M_{f,z}}{I_{G,z}} = \frac{6q \sin(\alpha)L^2}{8hb^2}$$

Pour une poutre sur deux appuis avec une charge ponctuelle centrée :

$$\sigma_{m,y,d} = \frac{M_{f,y}}{I_{G,y}} = \frac{6P \cos(\alpha)L}{4bh^2} \text{ et } \sigma_{m,z,d} = \frac{M_{f,z}}{I_{G,z}} = \frac{6P \sin(\alpha)L}{4hb^2}$$

Le tableau 5.3 précise la valeur de la contrainte de flexion en fonction de la combinaison d'actions.

Tableau 5.3 Contrainte de flexion subie par la panne en fonction de la combinaison d'actions.

Combinaison à l'ELU	Contrainte de flexion (axe de rotation y), en N/mm <sup>2</sup>
$q_1 = 1,35G$	$\sigma_{m,y,d} = \frac{6 \times 1,293 \times 6\,000^2}{8 \times 115 \times 315^2} = 3,1$
$q_2 = 1,35G + 1,5S$	$\sigma_{m,y,d} = \frac{6 \times 2,185 \times 6\,000^2}{8 \times 115 \times 315^2} = 5,2$
$q_3 = 1,35G + 1,5Q_{\text{entretien}}$	$\sigma_{m,y,d} = \frac{6 \times 1,293 \times 6\,000^2}{8 \times 115 \times 315^2} + \frac{6 \times 2\,155 \times 6\,000}{4 \times 115 \times 315^2} = 4,8$
Combinaison à l'ELU	Contrainte de flexion (axe de rotation z), en N/mm <sup>2</sup>
$q_1 = 1,35G$	$\sigma_{m,z,d} = \frac{6 \times 0,388 \times 6\,000^2}{8 \times 315 \times 115^2} = 2,5$
$q_2 = 1,35G + 1,5S$	$\sigma_{m,z,d} = \frac{6 \times 0,656 \times 6\,000^2}{8 \times 315 \times 115^2} = 4,3$
$q_3 = 1,35G + 1,5Q_{\text{entretien}}$	$\sigma_{m,z,d} = \frac{6 \times 0,388 \times 6\,000^2}{8 \times 315 \times 115^2} + \frac{6 \times 647 \times 6\,000}{4 \times 315 \times 115^2} = 3$

### 2.4.2.2 Contrainte de résistance du bois $f_{m,d}$

La contrainte de résistance du bois dépend de la contrainte caractéristique, de la classe de service (humidité du bois), de la charge de plus courte durée de la combinaison d'actions, de

l'effet système et de la plus grande dimension de la section. Les tableaux 1.7 à 1.9 présentent les contraintes caractéristiques  $f_{m,k}$ , le tableau 1.11 présente le coefficient modificatif  $k_{mod}$  et le tableau 1.14 le coefficient partiel  $\gamma_M$ .

$$f_{m,d} = f_{m,k} \cdot \frac{k_{mod}}{\gamma_M} \cdot k_{sys} \cdot k_h$$

avec :

- $f_{m,k}$ : contrainte caractéristique de résistance en flexion ( $f_{m,k} = 24 \text{ N/mm}^2$ );
- $k_{mod}$ : coefficient modificatif en fonction de la charge de plus courte durée de la combinaison d'actions et de la classe de service;
- $\gamma_M$ : coefficient partiel qui tient compte de la dispersion du matériau ( $\gamma_M = 1,25$ );
- $k_{sys}$ : coefficient d'effet système ( $k_{sys} = 1$ ). Il est égal à 1,1 lorsque plusieurs éléments porteurs de même nature et de même fonction avec un entraxe inférieur à 1,2 m (solives, fermes) sont sollicités par un même type de chargement réparti uniformément et avec un système capable de reporter les efforts sur les pièces adjacentes. Lorsque ces conditions ne sont pas remplies,  $k_{sys} = 1$ ;
- $k_h$ : coefficient de hauteur.  $k_h = 1$  lorsque la hauteur de la poutre est supérieure à 600 mm. Il majore les résistances pour les hauteurs inférieures à 150 mm pour le bois massif et 600 mm pour le bois lamellé-collé. Le risque de défauts cachés dans la structure du bois est moins important pour les petites sections que pour les grandes sections ( $k_h = 1,07$ ).

*Calcul du coefficient de hauteur pour du bois massif:*

- si  $h \geq 150 \text{ mm}$   $k_h = 1$ ;
- si  $h < 150 \text{ mm}$   $k_h = \min(1,3; (150/h)^{0,2})$ .

*Calcul du coefficient de hauteur pour du bois lamellé-collé:*

- si  $h \geq 600 \text{ mm}$   $k_h = 1$ ;
- si  $h < 600 \text{ mm}$   $k_h = \min(1,1; (600/h)^{0,1}) = \min(1,1; (600/315)^{0,1}) = 1,07$ .

Avec  $h$  la hauteur de la pièce en mm.

Le tableau 5.4 précise la valeur de la contrainte de résistance en flexion en fonction de la combinaison d'actions.

Tableau 5.4 Valeur de la contrainte de résistance en flexion en fonction de la combinaison d'actions.

Combinaison à l'ELU	Durée de la charge	Coefficient $k_{mod}$	Contrainte de résistance en flexion, en $\text{N/mm}^2$
$q_1 = 1,35G$	Permanente	0,6	$f_{m,d} = 24 \times \frac{0,6}{1,25} \times 1,07 \times 1 = 12,3$
$q_2 = 1,35G + 1,5S$	Court terme (altitude $\leq 1\ 000 \text{ m}$ )	0,9	$f_{m,d} = 24 \times \frac{0,9}{1,25} \times 1,07 \times 1 = 18,5$
$q_3 = 1,35G + 1,5Q_{entretien}$	Court terme	0,9	$f_{m,d} = 24 \times \frac{0,9}{1,25} \times 1,07 \times 1 = 18,5$

### 2.4.2.3 Taux de travail de la flexion déviée

Le taux de travail est :



$$\text{maximum} \left\{ \begin{array}{l} \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \\ k_m \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \end{array} \right\} \leq 1$$

Le tableau 5.5 précise le taux de travail en fonction de la combinaison d'actions.

Tableau 5.5 Taux de travail en fonction de la combinaison d'actions.

Combinaison à l'ELU	Taux de travail
$q_1 = 1,35G$	$\text{maximum} \left\{ \begin{array}{l} \frac{3,1}{12,3} + 0,7 \times \frac{2,5}{12,3} = 0,39 \\ 0,7 \times \frac{3,1}{12,3} + \frac{2,5}{12,3} = 0,32 \end{array} \right\} < 1$
$q_2 = 1,35G + 1,5S$	$\text{maximum} \left\{ \begin{array}{l} \frac{5,2}{18,5} + 0,7 \times \frac{4,3}{18,5} = 0,44 \\ 0,7 \times \frac{5,2}{18,5} + \frac{4,3}{18,5} = 0,36 \end{array} \right\} < 1$
$q_3 = 1,35G + 1,5Q_{\text{entretien}}$	$\text{maximum} \left\{ \begin{array}{l} \frac{4,8}{18,5} + 0,7 \times \frac{3}{18,5} = 0,37 \\ 0,7 \times \frac{4,8}{18,5} + \frac{3}{18,5} = 0,34 \end{array} \right\} < 1$

Le critère est vérifié car les taux de travail sont inférieurs à 1.

### 2.4.3 Le cisaillement

La contrainte de cisaillement provoquée par les actions doit rester inférieure à la contrainte de résistance de cisaillement déterminée.

Le taux de travail est :

$$\frac{\tau_d}{f_{v,d}} \leq 1$$

avec :

- $\tau_d$  : contrainte de cisaillement provoquée par les actions, en  $\text{N/mm}^2$  ;
- $f_{v,d}$  : contrainte de résistance de cisaillement calculée, en  $\text{N/mm}^2$ .

#### 2.4.3.1 Contrainte provoquée par les actions $\tau_d$

La contrainte de cisaillement provoquée par la charge est calculée par la formule :

$$\tau_d = \frac{k_f \cdot F_{v,d}}{k_{cr} \cdot b \cdot h_{ef}}$$

avec :

- $k_f$  : coefficient de forme de la section pour une section rectangulaire ( $k_f = 1,5$ ) ;

- $F_{v,d}$ : effort tranchant, en N. Une poutre sur deux appuis avec une charge uniformément répartie a un effort tranchant maximum au voisinage des appuis, soit  $qL/2$  et  $P/2$ ;
- $h_{ef}$ : hauteur réelle exposée au cisaillement ( $h_{ef} = 315$  mm);
- $b$ : épaisseur de la pièce ( $b = 115$  mm);
- $k_{cr}$ : coefficient tenant compte du risque de fente aux extrémités de la poutre (tableau 2.1) ( $k_{cr} = 1$ ). Les charges de structure sont inférieures à 70 % des charges totales:  $1/(1 + 0,621) = 0,62$ .

Le tableau 5.6 précise la valeur de la contrainte de cisaillement en fonction de la combinaison d'actions.

Tableau 5.6 Contrainte de cisaillement subie par la panne en fonction de la combinaison d'actions.

Combinaison à l'ELU	Effort tranchant, en N	Contrainte de cisaillement, en N/mm <sup>2</sup>
$q_1 = 1,35G$	$F_{v,d} = 1,35 \times \frac{6000}{2} = 4050$	$\tau_d = \frac{1,5 \times 4050}{1 \times 115 \times 315} = 0,17$
$q_2 = 1,35G + 1,5S$	$F_{v,d} = 2,282 \times \frac{6000}{2} = 6846$	$\tau_d = \frac{1,5 \times 6846}{1 \times 115 \times 315} = 0,28$
$q_3 = 1,35G + 1,5Q_{\text{entretien}}$	$F_{v,d} = 1,35 \times \frac{6000}{2} + \frac{2250}{2} = 5175$	$\tau_d = \frac{1,5 \times 5175}{1 \times 115 \times 315} = 0,21$

### 2.4.3.2 Contrainte de résistance du bois $f_{v,d}$

La contrainte de résistance du bois dépend de la contrainte caractéristique, de la classe de service (humidité du bois), de la charge de plus courte durée de la combinaison d'actions. Les tableaux 1.7 à 1.9 présentent les contraintes caractéristiques.

$$f_{v,d} = f_{v,k} \frac{k_{\text{mod}}}{\gamma_M}$$

avec:

- $f_{v,k}$ : contrainte caractéristique de résistance en cisaillement ( $f_{v,k} = 3,5$  N/mm<sup>2</sup>);
- $k_{\text{mod}}$ : coefficient modificatif en fonction de la charge de plus courte durée et de la classe de service;
- $\gamma_M$ : coefficient partiel qui tient compte de la dispersion du matériau ( $\gamma_M = 1,25$ ).

Le tableau 5.7 précise la valeur de la contrainte de résistance en cisaillement en fonction de la combinaison d'actions.

Tableau 5.7 Valeur de la contrainte de résistance en cisaillement en fonction de la combinaison d'actions.

Combinaison à l'ELU	Durée de la charge	Coefficient $k_{\text{mod}}$	Contrainte de résistance en cisaillement, en N/mm <sup>2</sup>
$q_1 = 1,35G$	Permanente	0,6	$f_{v,d} = 3,5 \times \frac{0,6}{1,25} = 1,7$
$q_2 = 1,35G + 1,5S$	Court terme (altitude $\leq 1000$ m)	0,9	$f_{v,d} = 3,5 \times \frac{0,9}{1,25} = 2,5$

Combinaison à l'ELU	Durée de la charge	Coefficient $k_{mod}$	Contrainte de résistance en cisaillement, en N/mm <sup>2</sup>
$q_3 = 1,35G + 1,5Q_{entretien}$	Court terme	0,9	$f_{v,d} = 3,5 \times \frac{0,9}{1,25} = 2,5$

### 2.4.3.3 Taux de travail

Le taux de travail est :

$$\frac{\tau_d}{f_{v,d}} \leq 1$$

Le tableau 5.8 précise le taux de travail en fonction de la combinaison d'actions.

Tableau 5.8 Taux de travail en fonction de la combinaison d'actions.

Combinaison à l'ELU	Taux de travail
$q_1 = 1,35G$	$\frac{\tau_d}{f_{v,d}} = \frac{0,17}{1,7} = 0,10 < 1$
$q_2 = 1,35G + 1,5S$	$\frac{\tau_d}{f_{v,d}} = \frac{0,28}{2,5} = 0,11 < 1$
$q_3 = 1,35G + 1,5Q_{entretien}$	$\frac{\tau_d}{f_{v,d}} = \frac{0,21}{2,5} = 0,08 < 1$

Le critère est vérifié car les taux de travail sont inférieurs à 1.

## 2.5 Vérification à l'état limite de service (ELS)

L'état limite de service est vérifié lorsque les déformations ne dépassent pas une valeur limite réglementaire. Les vérifications à l'ELS concernent la déformation sous charge variable et la déformation totale de la panne. Le tableau 5.9 mentionne les valeurs limites réglementaires des flèches.

Tableau 5.9 Valeurs limites réglementaires des flèches.

	Bâtiments courants			Bâtiments agricoles et similaires		
	$W_{inst(Q)}$	$W_{net,fin}$	$W_{fin}$	$W_{inst(Q)}$	$W_{net,fin}$	$W_{fin}$
<b>Chevrons</b>	–	$L/150$	$L/125$	–	$L/150$	$L/100$
<b>Éléments structuraux</b>	$L/300$	$L/200$	$L/125$	$L/200$	$L/150$	$L/100$

### 2.5.1 La déformation instantanée sous charge variable $W_{inst(Q)}$

La déformation instantanée sous charge variable est provoquée par la neige et par la charge d'entretien. Le taux de déformation est :

$$\frac{U_{inst(Q)}}{W_{inst(Q)}} \leq 1$$

avec :

- $U_{\text{inst}(Q)}$  : flèche instantanée provoquée par la charge variable;
- $W_{\text{inst}(Q)}$  : flèche instantanée limite réglementaire sous charge variable.

La flèche instantanée est la somme vectorielle de la flèche dans le plan  $xz$  et de la flèche dans le plan  $xy$  (figure 5.20). La panne a une charge symétrique et uniforme. La flèche est définie par la formule :

$$U_{\text{inst}(Q)} = \sqrt{U_{\text{inst}(Q),xz}^2 + U_{\text{inst}(Q),xy}^2}$$

avec :

- $U_{\text{inst}(Q),xz}$  : flèche dans le plan  $xz$ ;
- $U_{\text{inst}(Q),xy}$  : flèche dans le plan  $xy$ .

La flèche dans le plan  $xz$  est provoquée par l'effort  $q_{\text{inst}(Q)} \cdot \cos 16,7^\circ$  et concerne le moment quadratique  $I_{G,y}$ . La flèche dans le plan  $xy$  est provoquée par l'effort  $q_{\text{inst}(Q)} \cdot \sin 16,7^\circ$  et concerne le moment quadratique  $I_{G,z}$ .

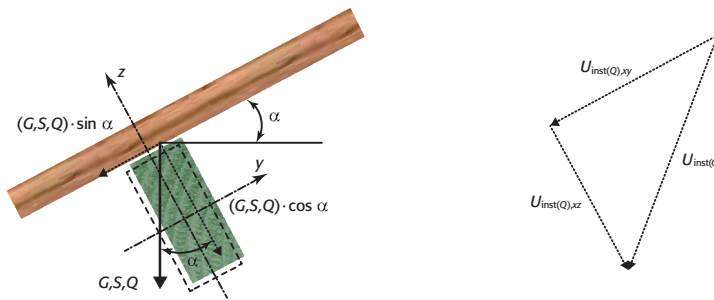


Figure 5.20 Flèche dans le plan  $xz$  et flèche dans le plan  $xy$ .

La déformation instantanée pour une charge uniformément répartie (la neige) est :

$$U_{\text{inst}(Q)} = \sqrt{\left( \frac{5q_{\text{inst}(Q)} \cdot \cos \alpha \cdot L^4}{384E_{0,mean} \cdot I_{G,y}} \right)^2 + \left( \frac{5q_{\text{inst}(Q)} \cdot \sin \alpha \cdot L^4}{384E_{0,mean} \cdot I_{G,z}} \right)^2}$$

avec :

- $q_{\text{inst}(Q)}$  : charge linéique provoquée par les actions variables ( $q_{\text{inst}(Q)} = 0,621 \text{ kN/m} = 0,621 \text{ N/mm}$ ) (cf. § 2.3.2 « Les combinaisons à l'état limite de service »);
- $L$  : distance entre appuis ( $L = 6000 \text{ mm}$ );
- $E_{0,mean}$  : module moyen axial précisé dans le tableau 1.9 ( $E_{0,mean} = 11500 \text{ N/mm}^2$ );
- $I_{G,y}$  : moment quadratique en  $\text{mm}^4$ ; pour une section rectangulaire sur chant,  $I_{G,y} = bh^3/12$ , avec :
  - $h$  : hauteur de la pièce ( $h = 315 \text{ mm}$ ),
  - $b$  : épaisseur de la pièce ( $b = 115 \text{ mm}$ ).
- $I_{G,z}$  : moment quadratique en  $\text{mm}^4$ ; pour une section rectangulaire à plat,  $I_{G,z} = hb^3/12$ , avec :

- $h$ : hauteur de la pièce ( $h = 315$  mm),
- $b$ : épaisseur de la pièce ( $b = 115$  mm).

La formule devient :

$$U_{\text{inst}(Q)} = \sqrt{\left(\frac{5q_{\text{inst}(Q)} \cdot \cos \alpha \cdot L^4 \times 12}{384E_{0,\text{mean}} \cdot b \cdot h^3}\right)^2 + \left(\frac{5q_{\text{inst}(Q)} \cdot \sin \alpha \cdot L^4 \times 12}{384E_{0,\text{mean}} \cdot b \cdot h^3}\right)^2}$$

$$U_{\text{inst}(Q)} = \sqrt{\left(\frac{5 \times 0,621 \times \cos 16,7 \times 6\,000^4 \times 12}{384 \times 11\,500 \times 115 \times 315^3}\right)^2 + \left(\frac{5 \times 0,621 \times \sin 16,7 \times 6\,000^4 \times 12}{384 \times 11\,500 \times 115 \times 315^3}\right)^2},$$

$$U_{\text{inst}(Q)} = \sqrt{2,9^2 + 6,6^2} = 7,2 \text{ mm.}$$

La valeur limite réglementaire  $W_{\text{inst}(Q)}$  est définie dans le tableau 5.9. Elle est de  $L/300 = 6\,000/300 = 20$  mm.

Le taux de déformation est de :

$$\frac{U_{\text{inst}(Q)}}{W_{\text{inst}(Q)}} = \frac{7,2}{20} = 0,36 \leq 1.$$

Le critère est vérifié.

## 2.5.2 La déformation totale

La déformation totale ( $U_{\text{net,fin}}$ ) est la somme de la flèche instantanée provoquée par les charges variables  $U_{\text{inst}(Q)}$ , la flèche instantanée provoquée par les charges permanentes  $U_{\text{inst}(G)}$  et la flèche différée provoquée par la durée de la charge et l'humidité du bois  $U_{\text{creep}}$ . Lorsqu'elle existe, il faut retrancher la contre-flèche fabriquée  $U_c$ .

$$U_{\text{net,fin}} = U_{\text{inst}} + U_{\text{creep}} - U_c$$

Le taux de déformation est :

$$\frac{U_{\text{net,fin}}}{W_{\text{net,fin}}} \leq 1$$

avec :

- $U_{\text{net,fin}}$  : flèche nette finale ;
- $W_{\text{net,fin}}$  : flèche nette finale limite réglementaire.

Par simplification, la combinaison  $q = G + Q_1 + k_{\text{def}}(G + \Psi_{2,1}Q_1)$  permet de calculer directement la flèche nette finale. Le premier membre de l'équation ( $G$ ) permet de calculer la flèche instantanée provoquée par les charges permanentes ( $U_{\text{inst}(G)}$ ), le deuxième membre de l'équation ( $Q_1$ ) permet de calculer la flèche instantanée provoquée par la neige ( $U_{\text{inst}(Q)}$ ) et le troisième membre de l'équation  $k_{\text{def}}(G + \Psi_{2,1}Q_1)$  permet de calculer la flèche différée provoquée par la durée de la charge et l'humidité du bois ( $U_{\text{creep}}$ ).

La flèche totale est calculée avec la charge  $q_{\text{net,fin}} = G + Q_1 + 0,8(G + 0Q_1) = 2,421$  kN/m (cf. § 2.3.2 « Les combinaisons à l'état limite de service »). La solive a une charge symétrique et uniforme. La flèche est définie par la formule :

$$U_{\text{net,fin}} = \sqrt{U_{\text{net,fin,xz}}^2 + U_{\text{net,fin,xy}}^2}$$

$$U_{\text{net,fin}} = \sqrt{\left(\frac{5q_{\text{net,fin}} \cdot \cos \alpha \cdot L^4}{384E_{0,\text{mean}} \cdot I_{G,y}}\right)^2 + \left(\frac{5q_{\text{net,fin}} \cdot \sin \alpha \cdot L^4}{384E_{0,\text{mean}} \cdot I_{G,z}}\right)^2}$$

avec :

- $q_{\text{net,fin}}$  : charge linéique provoquée par les actions variables ( $q_{\text{inst}(Q)} = 2,421 \text{ kN/m} = 2,421 \text{ N/mm}$ ) (cf. § 2.3.2 « Les combinaisons à l'état limite de service »);
- $L$  : distance entre appuis ( $L = 6000 \text{ mm}$ );
- $E_{0,\text{mean}}$  : module moyen axial précisé dans le tableau 1.9 ( $E_{0,\text{mean}} = 11500 \text{ N/mm}^2$ );
- $I_{G,y}$  : moment quadratique en  $\text{mm}^4$ ; pour une section rectangulaire sur chant,  $I_{G,y} = bh^3/12$ , avec :
  - $h$  : hauteur de la pièce ( $h = 315 \text{ mm}$ ),
  - $b$  : épaisseur de la pièce ( $b = 115 \text{ mm}$ ).
- $I_{G,z}$  : moment quadratique en  $\text{mm}^4$ ; pour une section rectangulaire à plat,  $I_{G,z} = hb^3/12$ , avec :
  - $h$  : hauteur de la pièce ( $h = 315 \text{ mm}$ ),
  - $b$  : épaisseur de la pièce ( $b = 115 \text{ mm}$ ).

La formule devient :

$$U_{\text{net,fin}} = \sqrt{\left(\frac{5q_{\text{net,fin}} \cdot \cos \alpha \cdot L^4 \times 12}{384E_{0,\text{mean}} \cdot b \cdot h^3}\right)^2 + \left(\frac{5q_{\text{net,fin}} \cdot \sin \alpha \cdot L^4 \times 12}{384E_{0,\text{mean}} \cdot h \cdot b^3}\right)^2}$$

$$U_{\text{net,fin}} = \sqrt{\left(\frac{5 \times 2,421 \times \cos 16,7 \times 6000^4 \times 12}{384 \times 11500 \times 115 \times 315^3}\right)^2 + \left(\frac{5 \times 2,421 \times \sin 16,7 \times 6000^4 \times 12}{384 \times 11500 \times 315 \times 115^3}\right)^2},$$

$$U_{\text{net,fin}} = \sqrt{11,4^2 + 25,6^2} = 28 \text{ mm.}$$

La valeur limite réglementaire  $W_{\text{net,fin}}$  est définie dans le tableau 5.9. Elle est de  $L/200 = 6000/200 = 30 \text{ mm}$ .

Le taux de déformation est de :

$$\frac{U_{\text{net,fin}}}{W_{\text{net,fin}}} = \frac{28}{30} = 0,93 \leq 1.$$

Le critère est vérifié.

*Remarques :*

– La proportionnalité entre la charge et la déformation permet un calcul plus simple de la flèche nette finale à partir de la flèche instantanée sous charge variable :

$$U_{\text{net,fin}} = U_{\text{inst}(Q)} \left(1 + \frac{G + k_{\text{def}}(G + \Psi_2 Q)}{Q}\right),$$

$$U_{\text{net,fin}} = 7,2 \times \left(1 + \frac{1 + 0,8 \times (1 + 0 \times 0,621)}{0,621}\right) = 28 \text{ mm.}$$

– La déformation provoquée par la charge d'entretien est nettement plus faible que la déformation provoquée par la charge de neige. Pour cette application, elle n'est pas vérifiée.

## 2.6 Comparaison entre les critères de dimensionnement

Le tableau 5.10 fait la synthèse des critères les plus défavorables vérifiés.

Tableau 5.10 Synthèse des critères vérifiés.

Critère vérifié	Combinaison	Taux de travail ou de déformation maximum
Contrainte de flexion (ELU)	$1,35G + 1,5S$	0,44
Contrainte de cisaillement (ELU)	$1,35G + 1,5S$	0,11
Flèche instantanée sous charge variable (ELS)	$S$	0,36
Flèche nette finale (ELS)	$G + Q_1 + k_{def}(G + \Psi_{2,1}Q_1)$	0,93

Le critère dimensionnant est la flèche nette finale à l'ELS.

## 2.7 Optimisation de la panne par un appui intermédiaire situé dans le plan de la toiture.

L'emploi de buton pour réaliser un troisième appui sur l'épaisseur (ou dans le plan de la toiture) reprendra les efforts parallèles au rampant (figure 5.21). La panne travaillera en flexion simple suivant le plan  $xz$  (figures 5.19 et 5.20).



Figure 5.21 Un troisième point d'appui est créé par les butons (© Charpente Fournier).

L'optimisation est effectuée en fonction du critère dimensionnant (le plus défavorable), qui, pour cet exemple, est la flèche nette finale. La hauteur est calculée en fonction de la flèche limite réglementaire. La flexion simple suivant le plan  $xz$  est calculée par la formule :

$$U_{\text{net,fin}} = \frac{5q_{\text{net,fin}} \cdot \cos \alpha \cdot L^4}{384E_{0,\text{mean}} \cdot I_{G,y}} = \frac{5q_{\text{net,fin}} \cdot \cos \alpha \cdot L^4 \times 12}{384E_{0,\text{mean}} \cdot b \cdot h^3}$$

Par ailleurs, la déformation maximale réglementaire est  $L/200$  (tableau 5.9). La déformation provoquée par l'effort tranchant n'étant pas prise en compte, un taux de déformation de 0,95 est retenu :

$$U_{\text{net,fin}} = 0,95 \times \frac{L}{200} = \frac{5q_{\text{net,fin}} \cdot \cos \alpha \cdot L^4 \times 12}{384E_{0,\text{mean}} \cdot b \cdot h^3}$$

On isole  $h$  :

$$h = \sqrt[3]{\frac{5q_{\text{net,fin}} \cdot \cos \alpha \cdot L^3 \times 12 \times 200}{384E_{0,\text{mean}} \cdot b \times 0,95}}$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{5 \times 2,421 \times \cos 16,7 \times 6\,000^3 \times 12 \times 200}{384 \times 11\,500 \times 115 \times 0,95}} = 231,8 \text{ mm.}$$

Les lamelles du bois lamellé-collé faisant 45 mm, la hauteur commerciale sera de 270 mm, soit un gain d'une lamelle par rapport à la hauteur initiale de 315 mm.

La panne doit être vérifiée complètement si cette solution est retenue.

## 2.8 Optimisation de la panne par un appui intermédiaire situé dans le plan de la toiture et une contreflèche

L'optimisation est effectuée en fonction du critère dimensionnant (le plus défavorable), qui, pour cet exemple, est la flèche nette finale. La hauteur est calculée en fonction de la flèche limite réglementaire, qui est, lorsqu'il y a une contreflèche, de  $L/125$  (tableau 5.9). La déformation provoquée par l'effort tranchant n'étant pas prise en compte, un taux de déformation de 0,95 est retenu. Par ailleurs, la largeur est diminuée à 90 mm.

$$U_{\text{net,fin}} = 0,95 \times \frac{L}{125} = \frac{5q_{\text{net,fin}} \cdot \cos \alpha \cdot L^4 \times 12}{384E_{0,\text{mean}} \cdot b \cdot h^3}$$

On isole  $h$  :

$$h = \sqrt[3]{\frac{5q_{\text{net,fin}} \cdot \cos \alpha \cdot L^3 \times 12 \times 125}{384E_{0,\text{mean}} \cdot b \times 0,95}}$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{5 \times 2,421 \times \cos 16,7 \times 6\,000^3 \times 12 \times 125}{384 \times 11\,500 \times 90 \times 0,95}} = 215,1 \text{ mm.}$$

Les lamelles du bois lamellé-collé faisant 45 mm, la hauteur commerciale sera de 225 mm, soit un gain de deux lamelles par rapport à la hauteur initiale de 315 mm.

La panne doit être vérifiée complètement si cette solution retenue.

Les combinaisons dimensionnantes étant identifiées, Le tableau 5.11 présente la synthèse de cette vérification.



Tableau 5.11 Synthèse de la vérification.

Critère vérifié	Combinaison	Contrainte ou déformation
Contrainte de flexion (ELU)	$1,35G + 1,5S$	$\sigma_{m,y,d} = \frac{6 \times 2,185 \times 6\,000^2}{8 \times 90 \times 225^2} = 13,8 \text{ N/mm}^2$
Contrainte de cisaillement (ELU)	$1,35G + 1,5S$	$\tau_d = \frac{1,5 \times 6\,846}{1 \times 225 \times 90} = 0,51 \text{ N/mm}^2$
Contrainte de compression transversale (ELU)	$1,35G + 1,5S$	$\sigma_{c,90,d} = \frac{6\,557}{70 \times 90} = 1,04 \text{ N/mm}^2$
Flèche instantanée sous charge variable (ELS)	$S$	$U_{inst(Q)} = \frac{5 \times 0,621 \times \cos 16,7 \times 6\,000^4 \times 12}{384 \times 11\,500 \times 90 \times 225^3} = 10,2 \text{ mm}$
Flèche nette finale (ELS)	$G + Q_1 + k_{def}(G + \Psi_{2,1}Q_1)$	$U_{net,fin} = \frac{5 \times 2,421 \times \cos 16,7 \times 6\,000^4 \times 12}{384 \times 11\,500 \times 90 \times 225^3} = 39,8 \text{ mm}$

Critère vérifié	Combinaison	Valeur limite	Taux de travail ou de déformation
Contrainte de flexion (ELU)	$1,35G + 1,5S$	$19 \text{ N/mm}^2$	$\frac{13,8}{1 \times 19} = 0,73$
Contrainte de cisaillement (ELU)	$1,35G + 1,5S$	$2,5 \text{ N/mm}^2$	$\frac{0,51}{2,5} = 0,20$
Contrainte de compression transversale (ELU)	$1,35G + 1,5S$	$1,8 \text{ N/mm}^2$	$\frac{1,04}{1,75 \times 1,8} = 0,33$
Flèche instantanée sous charge variable (ELS)	$S$	$20 \text{ mm}$	$\frac{10,2}{20} = 0,51$
Flèche nette finale (ELS)	$G + Q_1 + k_{def}(G + \Psi_{2,1}Q_1)$	$\frac{6\,000}{125} = 48 \text{ mm}$	$\frac{39,8}{48} = 0,83$

*Remarques :*

- La contreflèche minimale sera de  $39,8 - (6\,000/200) = 9,8 \text{ mm}$ . Une contreflèche de  $15 \text{ mm}$  sera sélectionnée,  $U_{net,fin}$  sera de  $39,8 - 15 = 24,8 < 30 \text{ mm}$  ( $W_{net,fin} = 6\,000/200$ ).
- Le coefficient de hauteur pour la résistance change de  $1,07$  à  $1,1$  car la hauteur de la panne  $a$  diminué (la valeur limite est de  $19 \text{ N/mm}^2$ ).
- Le changement de poids de la panne liée à la diminution de section est négligé.
- Le coefficient  $k_{crit}$  est égal à  $1$ .

Le tableau 5.12 présente une comparaison entre les deux systèmes.

Tableau 5.12 Comparaison entre les deux systèmes.

Critère	Panne sur deux appuis	Panne sur deux appuis et sur un appui intermédiaire situé dans le plan de la toiture	
Volume d'une panne	$0,215 \text{ m}^3$	$0,121 \text{ m}^3$	$44 \%$
Taux dimensionnant	$0,93$	$0,83$	$11 \%$
Sécurité (taux ELU)	$0,44$	$0,73$	$-40 \%$